

# El proceso de contar: una perspectiva cognitiva

MARÍA TERESA COELLO GARCÍA  
Universidad Complutense



## Resumen

*Durante la pasada década la psicología cognitiva ha estudiado profunda y extensamente los conocimientos matemáticos tempranos, especialmente la habilidad de contar debido a su papel en el desarrollo de habilidades numéricas más sofisticadas. Esta investigación se ha enfocado desde distintas perspectivas aunque todas ellas pueden enmarcarse en la teoría general del desarrollo de integración de habilidades. En este trabajo se analizan los modelos de contar aparecidos en la literatura, agrupados en dos categorías: 1) modelos de ejecución, centrados en el aspecto procesual y 2) modelos de competencia, con mayor énfasis en el conocimiento conceptual subyacente a los procedimientos de contar.*

*Los diferentes enfoques en el estudio de esta habilidad cognitiva han contribuido a que se produzca un cambio importante en el área de los conocimientos numéricos tempranos así como una nueva orientación en la instrucción temprana. No obstante, existen todavía limitaciones tales como dificultades en la formalización del cambio de un nivel de la habilidad a otro, el limitarse a tareas específicas o la no inclusión de componentes perceptuales y creativos en los modelos de simulación de la tarea de contar.*

*Palabras clave:* Habilidad cognitiva de contar, Conocimiento matemático temprano.

## Abstract

During the past decade the cognitive psychology has gone deeply into the study of the early mathematical knowledge, specially into the counting skill due to its role in the development of more sophisticated numerical skills.

The studies about the cognitive counting skill have being done from different perspectives, even though all of them can be framed under the general theory of hierarchical skill integration. In this paper counting models grouped in two categories are analyzed: 1) performance models, focused on procedural knowledge and 2) competencial models, concerned with conceptual knowledge underlying the counting procedures.

All these works have contributed to a significant shift in the area of the children's early mathematical understanding as well as to a new orientation in the early instruction. Nevertheless there are still militations like the difficulties in the formalizations of changing from one level to a higher level of the skill, to rely on specific tasks and the lack of perceptual and creative components in the simulations of the counting process.

*Key words:* Cognitive counting skill, Early mathematical knowledge.

*Dirección del autor:* Departamento de Metodología de las Ciencias del Comportamiento. Facultad de Psicología. Universidad Complutense. Campus de Somosaguas. 28023 Madrid.

En la última década la psicología cognitiva ha profundizado en la naturaleza de la adquisición de conocimientos matemáticos tempranos como el proceso de contar. Ello se pone de manifiesto al considerar la pléyade de publicaciones sobre este tópico. Los trabajos se encuadran, en su mayoría, dentro de la teoría cognitiva general de integración jerárquica de habilidades (Fisher, 1980).

Desde la teoría piagetiana (Piaget y Szeminska, 1941) se ha postulado que sólo se alcanza el nivel de competencia en el área del número cuando se ha llegado al nivel operacional. Sin embargo, los modelos basados en la integración de habilidades numéricas (específicamente los modelos basados en contar) suponen que el desarrollo numérico es un proceso de integración jerárquica de habilidades tales como contar y percepción súbita de la numerosidad y asumen los siguientes supuestos básicos de la teoría general: 1) los niveles de desarrollo numérico designan habilidades de complejidad creciente tal que una habilidad específica se construye directamente sobre habilidades específicas de otro nivel; 2) las habilidades no se desarrollan uniformemente a través de un área completa de habilidades. Las habilidades numéricas no se desarrollan todas simultáneamente y los cambios, en cada habilidad, se producen gradualmente, siendo posible, además, que distintos caminos lleguen a converger en un conocimiento maduro del número (Fuson y Hall, 1983; Clements, 1984).

Parece existir unanimidad entre los investigadores en considerar que el proceso de contar ejerce un papel de impulsor en el desarrollo de habilidades numéricas más sofisticadas (Case, 1982; Cooper, 1984). El proceso de contar sería una herramienta para representar la numerosidad de los conjuntos (Gelman y Gallistel, 1978; Cooper, 1984) y una estrategia empírica utilizada en la solución de problemas aritméticos sencillos (Fuson, 1982; Fuson, Richard y Briars, 1982; Siegler y Shrager, 1984).

Para el niño el proceso de contar es enormemente complejo. Esta habilidad se sitúa en el ámbito del conocimiento abstracto referido a la ordenación y la numerosidad y al mismo tiempo es un proceso que requiere coordinación de la actividad visual y motora (producción de palabras-número y gesto motor de señalar) (Wilkinson, 1984), cuando se trata de elementos percibidos visualmente. Hay un período de varios años (etapa preescolar) en el que los niños manifiestan un conocimiento parcial de esta habilidad; pueden comprender algunas reglas, pero no otras y pueden manifestar distinto grado de habilidad en función de la tarea empleada para su evaluación.

El interés por el estudio de la habilidad de contar es doble: 1) teórico por los problemas suscitados desde el punto de vista cognitivo en relación a la comprensión de los aspectos implicados en contar y 2) pedagógico por las consecuencias que el conocimiento de los subprocesos implicados en la tarea puedan tener de cara a la planificación de objetivos de aprendizaje (Nesher, 1986). No es de extrañar, por tanto, que muchos autores se hayan ocupado de su análisis y estudio empírico de esta habilidad desde distintas perspectivas, si bien todos los trabajos tienen algunos puntos en común como se señaló más arriba y se verá a lo largo de este artículo.

El presente trabajo no pretende hacer una revisión de los diversos y abundantes estudios empíricos, su objetivo es dar una visión de los distintos enfoques y planteamientos desde los que se han investigado el proceso de contar en los niños.

*Marco teórico y metodológico*

El desarrollo de los modelos de la habilidad cognitiva de contar se produce en el contexto de las nuevas alternativas al modelo teórico y metodológico piagetiano. Los pilares en los que se apoyan estos modelos son la teoría del procesamiento de la información y el análisis de tareas. La primera se interesa más por la actividad interna del sujeto, por los aspectos procesuales, que por las estructuras conceptuales. El segundo permite, a partir del análisis de los subprocesos que intervienen en la tarea, manipular las variables y crear tareas que requieren distintos niveles de procesamiento (Rodrigo, 1982). Ambas líneas, teórica y metodológica, están presentes en los modelos de contar que se exponen a continuación.

*Modelos de contar*

Antes de comenzar la exposición conviene distinguir entre aquellos modelos que se refieren a todos los aspectos implicados en el proceso de contar conjuntos y los que ocupan solamente de la producción de la secuencia convencional de palabras-número. Aquí nos referimos únicamente a los primeros. De ellos unos se centran más en los aspectos de competencia (Gelman, 1978; Gelman y Gallistel, 1978; Greeno, Riley y Gelman, 1984), mientras que otros atienden preferentemente a aspectos procesuales (Wilkinson, 1984). Sin embargo, esta distinción, por una parte, no aparece tan nítidamente en algunos modelos y, por otra, algunos modelos de procesos están estrechamente vinculados a modelos de competencia (Greeno, Riley y Gelman, 1984). A pesar de ello, y siendo posibles diversos criterios, hemos considerado como más adecuada la clasificación en modelos de competencia y modelos de ejecución.

**1. MODELOS DE COMPETENCIA***Modelo Constructivista*

El modelo constructivista de los *Tipos de Contar* desarrollado por Von Glasersfeld (1982) y otros autores (Steffe, Von Glasersfeld y Richards, 1983; Steffe, Cobb & Richards, 1983; Steffe, Thompson & Richards, 1982) comparte con el modelo piagetiano, del que sería una prolongación «hacia abajo», el supuesto de que la adquisición de conocimiento es fruto de la actividad del sujeto cognoscente. Su punto de partida es el modelo «atencional» de Von Glasersfeld (1982). Contar, desde esta perspectiva, consiste en la producción de ítems unitarios que son construcciones mentales. La construcción de unidades contables es un requisito para poder contar; el niño puede construir por sí mismo las entidades unitarias que luego cuenta. Los ítems unitarios son creados por un acto de representación interna del sujeto (Steffe, Cobb & Richards, 1983).

Hay tantos tipos de contar como tipos de ítems unitarios empleados. Estos se clasifican en cinco tipos: *perceptuales, figurales, motores, verbales y abstractos* (Steffe y cols., 1983). Se supone una progresión evolutiva desde los ítems perceptuales (ligados a la experiencia sensomotora) a los abstractos, lo cual implica una toma de conciencia progresiva de lo que se está contando. Veamos en qué consiste cada uno de los modos de contar en función de los tipos de ítems.

1) *Unidades perceptuales*. Un niño está en este nivel cuando necesita el componente perceptual para poder contar. Cada acto de la secuencia de contar puede considerarse como un suceso global que incluye señales perceptuales (generalmente visuales o auditivas), un acto motor (coger, señalar, etc.), la producción de palabras-número y el patrón de atención que estructura las señales perceptuales sensoriales en una «cosa» (Steffe, Cobb & Richards, 1983). En este nivel, que se correspondería con el nivel de «línea» (string) en el desarrollo de la secuencia descrito por Fuson, Richards y Briars (1982), el niño no tiene conciencia de que cada palabra-número designa la numerosidad de los ítems-unidad construidos sucesivamente.

2) *Unidades Figurales*. El niño es capaz de utilizar representaciones visuales que sustituyan a los ítems perceptuales. Crea unidades figurales cuando tiene que contar conjuntos en los que alguno de los elementos está oculto; en tal situación sólo se necesitan representaciones parciales de los objetos. Dichas representaciones deben ser discretas para poder mantener la unidad como algo individual (Steffe, Thompson & Richards, 1982).

3) *Unidades motoras*. El contar ítems-unidad motores supone que se han sustituido los ítems perceptuales por actos motores, diferenciados de los demás componentes de contar, y que el niño es consciente del carácter unitario, discreto, de los mismos, aunque todavía no se ha interiorizado por completo la actividad de contar. La actividad motora sirve de «entrada» para la creación de ítems unitarios. Los niños de este nivel necesitan acompañar el acto motor de la producción de la palabra-número con otro acto motor sincrónico (por ejemplo, señalar).

4) *Unidades figurales*. Representa una etapa de tránsito entre el nivel de unidades motoras y el de unidades abstractas. Entre todos los elementos observables del contar (perceptuales, motores, etc.) el niño utiliza uno, la palabra-número. Su producción es un acto motor especial, más complejo que los demás.

5) *Unidades abstractas*. Se ha alcanzado este nivel cuando el niño es capaz de pasar de la palabra-número a la estructura conceptual que constituye la numerosidad particular que representa. Lo que caracteriza esta etapa es la entrada en el reino del número; las palabras-número representan ya colecciones de ítems unitarios y designan conceptos cuantitativos en la mente del que cuenta (Steffe, Von Glasersfeld, Richards, 1983).

La abstracción de la estructura numérica supone un gran avance en el desarrollo, la palabra-número representa un número específico de unidades, tal que éstas se pueden reconstruir contando hasta el número dado. La capacidad de generar unidades abstractas supone el proceso de abstracción reflexiva piagetiana que permite que los ítems queden despojados de sus cualidades sensoriales y las unidades se hagan operatorias (Steffe y cols., 1983). Ello posibilita el contar recursivo, estrategia empleada frecuentemente por los niños pequeños en la solución de problemas de sustracción o en tareas de contar desde un número hasta otro dado (Fuson, 1982; Fuson, Richards y Briars, 1982; Steffe y cols., 1982).

El problema del planteamiento acabado de exponer, como el de otros modelos de competencia, es el salto inferencial que se produce entre la conducta observable del sujeto y su adscripción a un tipo de contar determinado. Steffe y cols. (1983) evalúan la actuación del niño en diferentes fases considerando decisivo, para la clasificación en un determinado nivel de contar, el patrón de esta-

bilidad en la ejecución. Los informes de estos autores se limitan a describir la ejecución de algunos sujetos, ya que consideran más importante la observación durante la entrevista que cualquier criterio estadístico. Ciertamente, la observación permite describir la conducta en toda su complejidad, pero si se pretende dar realismo a los resultados y hacerlos generalizables, la sola descripción de la conducta no es suficiente.

### *Principios subyacentes al proceso de contar*

Gelman y Gallistel (1978) abren una nueva línea de investigación en el dominio del número. El modelo de contar propuesto por estos autores parte de un análisis racional de los «principios» discretos que el niño debe llegar a coordinar y aplicar a los conjuntos, con una habilidad cada vez mayor, a medida que progresa en el desarrollo. Los principios son los siguientes: *uno-a-uno*, *orden estable*, *cardinalidad*, *abstracción e irrelevancia del orden*. A continuación se reseñan los rasgos definitorios de los cinco principios:

1) *Uno-a-uno*. Corresponde al conocimiento de que a cada uno de los elementos de un conjunto debe asignársele una y sólo una palabra-número o etiqueta. El uso de este principio lleva consigo la coordinación de dos componentes: *participación* y *etiquetado*, que han de producirse sincrónicamente.

2) *Orden estable*. Exige que las etiquetas, adjudicadas una a una, a cada elemento del conjunto, se produzcan en un orden estable, repetible. La eficacia en la utilización de este principio dependerá del tamaño de los conjuntos, ya que los preescolares tienen dificultades para recuperar de la memoria listas arbitrarias no generadas —todavía— mediante reglas y no disponen de listas suficientemente grandes.

3) *Cardinal*. Se refiere a que la última etiqueta utilizada al contar tiene un significado particular que la hace diferente de las demás, pues representa una propiedad del conjunto: su número cardinal. La aplicación de este principio presupone la de los dos principios anteriores y, por tanto, se supone aparecerá después de ellos en el desarrollo.

4) *Abstracción*. Define qué objetos se pueden contar. Establece que los tres principios anteriores se puedan aplicar a cualquier conjunto de objetos. Mientras que en el adulto la definición de contable se extiende a los elementos imaginados, en los niños pequeños está ligada a contextos concretos.

5) *Irrelevancia del orden*. Establece que el emparejamiento de un ítem particular con una etiqueta es arbitrario. El conocer este principio supone: a) que el ítem contado es una cosa y no un número, b) que la etiqueta verbal se asigna temporal y arbitrariamente a los elementos y c) que cualquiera que sea el orden de enumeración se obtiene el mismo número cardinal. Este principio lleva consigo la integración conjunta de los tres primeros. Se refiere no sólo a la aptitud para contar, sino también a la comprensión de las propiedades de los números, al igual que los principios de razonamiento (Gelman y Gallistel, 1978).

Los principios 1-3 se refieren a reglas de procedimiento o «cómo contar». La utilización de cada principio supone el uso de varios componentes de procesos (Gelman y Gallistel, 1978), pero no se especifica cómo se combinan estos componentes ni cómo se relacionan con los principios. Sólo cuando el niño puede combinar todos los principios contará con precisión. Además, se postula que

el sujeto posee los principios de un modo aparentemente innato y que éstos guían la adquisición del contar correcto, si bien el acceso a dichos principios y su aplicación con habilidad no es inmediato, ya que supone un desarrollo. En los primeros años de la infancia, según Gelman y Gallistel, los principios sólo se aplican de modo parcial afirmando que: a) los niños, en su ejecución, pueden manifestar ciertos principios y no manifestar otros; b) pueden poseer componentes que integran un principio, pero no son capaces de coordinarlos adecuadamente y, en consecuencia, no exhibir dicho principio; c) los componentes se van coordinando, a medida que avanza el desarrollo, hasta formar un todo indisoluble y los cinco principios se integran en una estructura de conjunto que produce el contar exitoso.

Para apoyar sus planteamientos, Gelman y Gallistel (1978) se basan en los datos empíricos de dos experimentos, el «experimento mágico» y un experimento recogido en vídeo. El primero tenía por objeto investigar en niños de 3-5 años la comprensión de las transformaciones que afectan al número (no el estudio de los principios). El segundo experimento estaba diseñado para que los niños de 2-5 años contasen (conjuntos de 2 a 19 ítems dispuestos en línea). Gelman y Gallistel encontraron que los niños de 2 y 3 años ya tenían una comprensión de los principios, aunque la capacidad de aplicarlos con destreza se desarrollase entre 3 y 5 años, período durante el que se extiende la aplicación de los principios de cómo contar, desde orden estable a cardinalidad. Al mismo tiempo tal aplicación se hace extensiva de conjuntos pequeños a conjuntos grandes.

El inferir de la actuación de los sujetos en estos dos experimentos que los niños comprenden los principios es problemática, ya que de los mismos datos se podrían inferir otros principios diferentes. Los sujetos podrían haber realizado la tarea correctamente por puro azar o bien sólo mecánicamente. Estudios empíricos posteriores para evaluar la comprensión de los principios de cómo contar mediante la técnica de detección de errores (Coello, 1987; Briars y Siegler, 1984; Gelman y Meck, 1983) han mostrado que los niños pueden discriminar entre contar correcto y contar incorrecto en un porcentaje de casos significativo, pero los datos obtenidos no permiten confirmar que la comprensión de los principios preceda a la ejecución de la tarea de contar correctamente.

El trabajo de Greeno Riley y Gelman (1984) pretende solucionar los problemas inferenciales que plantea el modelo de competencia de Gelman y Gallistel (1978). La hipótesis que desarrolla esta investigación tiene dos partes: a) una hipótesis acerca de la competencia, que relaciona componentes relevantes del modelo de proceso con los principios de contar y b) un modelo del proceso que simula aspectos relevantes de la ejecución de los niños y que se describirá en el apartado de modelos de ejecución.

La caracterización de la competencia cognitiva que supone la comprensión tácita de los principios se realiza mediante el formalismo de redes de planificación (Van Lehn y Brown, 1980, citado por Greeno y cols., 1984). Las hipótesis acerca de la competencia son las premisas de las que se derivan los componentes de ejecución. La red de planificación está formada por los componentes siguientes: unidades de acción, metas y tests.

Greeno y cols. (1984) distinguen entre tres componentes de competencia que serán utilizados en las derivaciones de estructuras de ejecución: *conceptual*, *procesual* y de *utilización*. La comprensión representada por la competencia conceptual requiere reglas de planificación y conocimiento acerca de los conjuntos para poder derivar un procedimiento de ejecución de la tarea. La competencia

procesual se refiere a los principios generales que implican relaciones de metas, acciones y condiciones de requisitos para acciones. Incluye métodos de «prueba de teoremas» que buscan qué rasgos de la tarea pueden utilizarse para probar que las condiciones se han satisfecho. La competencia de utilización se refiere al conocimiento empleado en la puesta a prueba de teoremas en el intento de relacionar las características propias de la tarea con las metas establecidas en la planificación. Este tipo de competencia permite determinar qué rasgos de la tarea pueden utilizarse en la realización del plan.

La competencia conceptual se puede identificar como el núcleo de componentes que se requieren para ejecutar todas las tareas de contar (los principios). Un aspecto importante de la competencia es para Greeno y cols. (1984) la capacidad generativa que hace referencia a: 1) la aptitud para generar nuevos procedimientos que permitan lograr la meta en una variedad de situaciones de tarea y 2) la aptitud para acomodar el procedimiento de contar a las restricciones que no son habituales en la tarea.

Greeno y cols. (1984) señalan que la demarcación entre competencia y ejecución no es tan clara y que depende del nivel en que se realice el análisis teórico. Si se realiza de modo general se considerará un conjunto de procesos como realizaciones de ejecución, por el contrario, si el análisis de competencia es muy minucioso puede especificar la descripción de estructuras de procedimiento hasta un nivel de detalle.

Para Greeno y cols. (1984) la declaración de que el niño posee los principios significa que aquél tiene una representación mental de los mismos. Los principios, en el ámbito de la competencia conceptual, son concebidos como restricciones en el conocimiento procesual.

Ni en el trabajo de Gelman y Gallistel (1978) ni en el de Greeno y cols. (1984) quedan bien establecidos cuáles son los mecanismos de transición que determinan el paso de unos niveles de comprensión a otros superiores. Se señala que el progreso supone una diferenciación de las estructuras cognitivas (Gelman, 1982) y se indican como únicos mecanismos el aprendizaje de la secuencia, la coordinación motora y la práctica. El desarrollo es un progreso en las capacidades para utilizar la competencia conceptual en correspondencia con la competencia procesual y de utilización (Greeno y cols., 1984). Es importante la observación de Greeno y cols. en torno a las interacciones que se producen entre competencia conceptual y las situaciones de tarea, aunque su modelo no caracteriza las clases de procedimientos válidos dentro de un posible dominio de procedimientos para ejecutar la tarea.

El modelo descrito en este apartado, como los propios autores señalan, tiene mucho que ver con los modelos estructuralistas de Piaget y Chomsky. Como en la teoría piagetiana las estructuras cognitivas profundas (principios) dirigen la tendencia del organismo a asimilar las «entradas» procedentes del entorno. El niño aprende las listas de palabras-número de su cultura porque hay unas estructuras subyacentes que permiten esta asimilación. Los principios guían, estructuran y motivan la conducta de contar (Gelman y Gallistel, 1978). Sin embargo, para estos autores las estructuras no se construyen como en la teoría de Piaget, están dadas, aparentemente de modo innato, a semejanza de las estructuras lingüísticas postuladas por Chomsky (1968). Las relaciones que se establecen entre competencia (principios) y la ejecución (proceso de contar) también difieren del modelo piagetiano, que no contempla esta diferenciación. Pero, además, mientras para Piaget la ejecución de la tarea de contar no supone más que

una recitación mecánica, para Gelman y Gallistel (1978) y Greeno y cols. (1984) la habilidad de contar supone cierta comprensión del número.

## 2. MODELOS DE EJECUCION

Incluimos en este apartado los modelos descriptivos de la conducta externa y los de procesos internos que tienen lugar durante la ejecución.

### *Modelo de Enumeración*

El primer análisis de la conducta observable del proceso de contar en los niños se debe a Beckwith y Restle (1966), que realizan una descripción verbal de los componentes de la tarea al estudiar el proceso en niños de 7 y 9 años. Estos autores describen el proceso de contar en términos de los siguientes componentes: 1) una secuencia de numerales, 2) una cadena de «respuestas indicador» (señalar o mover los objetos) y 3) agrupamiento perceptual de los objetos en dos subgrupos, los objetos ya contados y los no contados todavía. Las respuestas indicador (cómo señalar los objetos) deben referirse a cada objeto y parar cuando todos los objetos han sido contados. Ello requiere un proceso de control perceptual, «... una discriminación deslizante entre el conjunto contado (C) y el no contado (U)» (Beckwith y Restle, 1966). Potter y Levy (1968) señalan en su análisis los componentes 1) y 2) de Beckwith y Restle y la necesidad de coordinar esos dos componentes para establecer una correspondencia uno-a-uno entre los dos conjuntos, numerales y objetos.

### *Modelo de Correspondencias*

Fuson y Hall (1983), y Fuson, Briars y Secada (1985) analizan el contar desde la perspectiva de las correspondencias que se establecen entre palabras-número y objetos. Se establecen tres tipos de correspondencias: 1) *correspondencia en el tiempo* (entre palabra-número y la acción de señalar); 2) *correspondencia en el espacio*, entre la acción de señalar y el objeto, y 3) *correspondencia palabra-objeto*, producida en el *espacio-tiempo*, derivada de las dos anteriores. Fuson y cols. (1985) realizan un análisis exhaustivo de los tipos de errores que violan las correspondencias al contar conjuntos de objetos no movibles dispuestos en línea.

### *Modelos de simulación*

#### *A. Simulación del proceso como operador de cuantificación*

El modelo de simulación del proceso de contar elaborado por Klahr y Wallace (1976) se enmarca dentro de la formulación de un modelo general de procesamiento y se ocupa de un doble aspecto, el procesual y el de representación. Parte de análisis empíricos y utiliza los Sistemas de Producción (SP) desarrollados por Newell y Simon (1972).

El contar es un «operador de cuantificación» o cuantificador cuya aplicación a conjuntos de objetos permite obtener una representación cuantitativa de los mismos. Un «operador de cuantificación» es un conjunto de procesos elementales que tienen como «entrada» el estímulo a cuantificar y produce como «salida» una representación interna susceptible de ser empleada en comparacio-

nes cuantitativas. Es a través de la experiencia en contar como el niño llega a abstraer que la cardinalidad del conjunto permanece invariante ante transformaciones espaciales.

Los autores presentan un análisis de los subprocesos implicados en contar, mediante diagramas de flujo y los correspondientes programas de ordenador de dos modelos, uno de contar por enumeración (PS.COUNT) y otro combinado de contar y percepción súbita, «subitizing» (PS.SUBADD).

*Contar por enumeración (PS.COUNT).* En este procedimiento el sistema tiene que atender a los objetos y a la secuencia de las palabras-números. Ello implica que el contar requiere dos estructuras auxiliares en la Memoria a Largo Plazo (MLP): una lista finita de palabras junto con un proceso para generar indefinidamente la secuencia y un proceso que asegure que cada ítem se considere una sola vez.

La sucesión de subprocesos que integran el proceso de contar en este modelo son: *inicializar, observar* el ítem, *marcarlo, recuperar* de la memoria el siguiente número de la lista. Una vez realizado tal recorrido se busca un nuevo ítem y se ejecuta este bucle de modo iterativo hasta que ya no queden más elementos del conjunto. Llegados a este punto el resultado es la palabra-número que hay en la memoria en ese momento. Los subprocesos *observar* y *marcar* no están claramente definidos, pero representan cualquier tipo de estrategia que se pueda emplear. Los procesos mediante los cuales se dirige la atención hacia los objetos pueden ser diversos, aunque todos ellos suponen algún tipo de conducta motora (tocar, movimientos oculares, etcétera).

En el SP de contar, el cuantificador se centra en la Memoria Semántica a Corto Plazo (MSCP). Si se detecta el objetivo, la discriminación del SP coloca en la MSCP un elemento semántico que lo representa. Cuando se está produciendo el proceso de contar, la llegada a la MSCP de un elemento-objetivo activa producciones de cuantificación adecuadas. Estas actúan actualizando el elemento de la secuencia de palabras-número que está presente en la memoria en ese momento, como símbolo cuantitativo derivado del proceso de contar que sigue operando.

*Operando por percepción súbita y adición (PS.SUADD).* Los subprocesos que describen la secuencia temporal de las operaciones que tienen lugar al contar de este modo combinado son:

1) Agrupamiento de elementos, buscando patrones figurales, a modo de «gestalten», en las disposiciones de los conjuntos. Este proceso facilita la enumeración al determinar la secuencia del proceso, disminuyendo así el tiempo necesario para la ejecución.

2) Los grupos se representan en la Memoria Visual a Corto Plazo (MVCP) vía percepción súbita, produciendo un símbolo cuantitativo en la MSCP.

3) El símbolo cuantitativo colocado en la memoria se suma al símbolo cuantitativo correspondiente a los subgrupos que se han percibido y «marcado» hasta ese momento. Cada subgrupo se marca a fin de evitar la recuantificación.

4) Buscar nuevos grupos y repetir la secuencia de subprocesos anteriores. Si ya no quedan más grupos el proceso de cuantificación se termina y el símbolo cuantitativo final es el que está en la memoria en ese momento.

Al comparar los resultados obtenidos por sujetos adultos y los obtenidos mediante PS.COUNT, Klahr y Wallace (1976) observan una gran diferencia en las

pendientes de la recta que relaciona el número de elementos del conjunto con los tiempos de latencia (tiempos requeridos para la ejecución), siendo mayor la correspondiente a PS.COUNT. Las diferencias disminuyen cuando la comparación se realiza entre la ejecución de adultos y la de PS.SUBADD. El aumento de los tiempos de reacción en PS.COUNT se debería a que, además de los subprocesos detección del objetivo y generación del número, se necesitaría dirección de la atención y discriminación. PS.COUNT es considerado por los autores poco plausible. Tanto adultos como niños, pero más los primeros, utilizarían más bien una mezcla de contar y de percepción súbita, lo cual explicaría la aparición de latencias más elevadas en niños (Chi & Klahr, 1975) y la mayor semejanza entre tiempos de adultos y tiempos de PS.SUBADD.

No se explicita en este modelo de Klahr y Wallace (1976) cómo se generan las listas de palabras-número, ni cómo el sujeto satisface las demandas de los distintos tipos de tareas.

### B. Simulación basada en los principios de contar

El modelo de simulación del proceso de contar (SC) derivado del modelo de competencia basado en los principios (Gelman y Gallistel, 1978) propuesto por Greeno y cols. (1984) es una hipótesis acerca de las estructuras cognitivas y procesos que explican la ejecución de contar, pero los principios no aparecen explícitamente; se entienden como una hipótesis acerca de «la comprensión subyacente a lo que *hacen* los niños cuando cuentan».

En SC se emplean los Sistemas de Producción (Newell y Simon, 1972). SC simula el proceso de contar conjuntos de objetos dispuestos en línea. En él, las operaciones perceptuales consisten en un mecanismo para mover la atención a través de la línea. El primer paso es representarse el conjunto, después se almacena en la memoria el objetivo: encontrar el número de elementos en el conjunto. A continuación se identifica el objeto que está en un extremo del conjunto del grupo perceptual inicial y se le asigna la propiedad de ser el límite del conjunto de objetos marcados. Este subprocedimiento se repite moviendo la atención hacia otro objeto. Cuando ya no hay más objetos sin etiquetar en el grupo perceptual, pero sigue habiendo objetos en el conjunto, se amplía aquél. SC termina de contar cuando ya no encuentra más objetos para incluir en el grupo perceptual. Entonces se recupera de la memoria el objetivo y se logra almacenando una asociación entre el numeral utilizado en último lugar y el símbolo que se refiere al conjunto de objetos.

En SC resulta más difícil recuperar el siguiente objeto del conjunto que el siguiente elemento de la lista de numerales. Estos últimos se suponen vinculados por la relación «siguiente», tal que la producción de un elemento sirve de estímulo para producir el siguiente de modo automático. SC incluye varios componentes como almacenar y recuperar un objeto de la memoria o agrupar perceptualmente que pueden interpretarse como partes del análisis de ejecución de contar y no como parte de la competencia (Greeno y cols., 1984).

En esta modelización se simula el proceso de contar, no hay experimentación con el modelo (Jañez, 1981) como ocurría en el de Klahr y Wallace (1976). Tampoco hay en ella un esquema por cada principio sino que cada esquema representa diferentes aspectos de varios «principios», al igual que en el trabajo de Wilkinson (1984). Este hecho parece revelar la dificultad para formalizar los «principios» específicamente. Por otra parte, simula sólo la ejecución correcta

en una situación en que los objetos no se pueden mover pero sí «marcarse». Otros modelos propuestos por Greeno y cols. —SC-1, SC-2, SC-3— simulan el proceso de contar cuando se imponen restricciones que obligan a modificar el procedimiento habitual. De ellos sólo SC-3 cuenta correctamente.

### *Modelo de Conocimiento Parcial: Estructura-Proceso*

El modelo de la adquisición de la habilidad de contar desarrollada por Wilkinson (1984) tiene su origen en la *teoría del conocimiento parcial* (Wilkinson, 1982a, 1982b), y en el modelo de los principios de contar de Gelman y Gallistel (1978). La teoría del conocimiento parcial se interesa por el conocimiento procesual. Parte del problema de cómo modelar el conocimiento parcial que puede exhibir el sujeto que está aprendiendo una habilidad. La definición de conocimiento parcial está estrechamente vinculada a la observación de que, por un parte, el grado de habilidad que un niño manifiesta puede variar en función de las demandas de las tareas mediante las que se valora su capacidad y, por otra, a que durante el período de adquisición de una habilidad o concepto la ejecución es inestable.

Se asume que el desarrollo cognitivo es un par estructura-proceso, una *estructura* cognitiva y un *proceso* mediante el cual se desarrolla aquélla. Partiendo de que una hipótesis acerca de una estructura cognitiva está constreñida a asociarse con un proceso de desarrollo (Anderson, 1978), Wilkinson selecciona pares de estructura-proceso, diseña tareas y crea un metodología para determinar cuál de los pares representa mejor el conocimiento de los sujetos. En el caso particular de la habilidad de contar se establecen dos posibles pares de estructura-proceso. El conocimiento parcial de dicha habilidad puede ser *restringido* o *variable*. Cuando el sujeto ejecuta la tarea de modo estable en diversas repeticiones de la misma, ya sea la ejecución correcta o incorrecta, el conocimiento se considera *restringido*. La *estructura* cognitiva postulada en este caso es un *algoritmo unitario* y el *proceso* de desarrollo es la *mejora*. Se supone que el niño que posee un conocimiento restringido de contar posee una regla o procedimiento que recupera de la memoria, como un todo, en las diversas ocasiones que ejecuta la tarea (Wilkinson, 1984). El modelo se basa en las reglas de contar de Siegler (1981) y en su estudio de la estructuración de la secuencia (Siegler y Richards, 1983; Siegler y Robinson, 1982). Así, si un niño sabe, contar hasta 19, pero desconoce la regla de la década contará correctamente conjuntos iguales o menores que 19 y fallará sistemáticamente en conjuntos de mayor tamaño. El proceso de mejora consiste, en este caso, en adquirir la regla de generación de décadas.

Cuando la ejecución de la tarea es correcta en unas ocasiones e incorrecta en otras (para conjuntos del mismo tamaño) el conocimiento es *variable*. La estructura cognitiva asociada a este tipo de conocimiento es, según Wilkinson (1982a), un conjunto de *componentes modulares* y el proceso de desarrollo es el *autocontrol* (self-monitoring). El objetivo de dicho proceso es detectar los errores y, a partir de ellos, aprender a engarzar los componentes de ejecución en una rutina más fiable. Los componentes modulares de la ejecución se recuperarían de la memoria por separado, fusionándose a medida que se usan. Un niño con conocimiento variable puede poseer los componentes que intervienen en la ejecución de la tarea de contar, pero tener dificultades en cómo hacerlo (Wilkinson, 1984). Tal distinción equivale a la que Gelman y Gallistel (1978) hacen

entre conocimiento de los «principios» de contar y ejecución de la tarea en una situación concreta.

Se plantea la posibilidad de que la distinción entre los dos tipos de conocimiento descritos no sea tan diáfana y se admite la posibilidad de un modelo de *conocimiento mixto* (Wilkinson, 1982a). Al estudiar la habilidad de contar en un grupo de niños es posible que algunos de ellos ejecuten la tarea eligiendo de entre varios algoritmos disponibles, pero estos mismos niños, u otros del mismo grupo, pueden utilizar un algoritmo de modo restringido (Wilkinson, 1984).

Ante estos supuestos es obligado preguntarse por la naturaleza de los componentes postulados por la teoría del conocimiento parcial encontrando la siguiente definición:

«Un componente se define como un procedimiento que designa acciones a llevar a cabo, ya sea en pensamiento o en conducta...; un componente es una herramienta cognitiva; como una llave inglesa, está a mano en muchas ocasiones, pero cuando se usa realmente, debe regularse para ajustarla a la situación real.» (Wilkinson, 1982a, pág. 277)

La definición es lo suficientemente ambigua como para dar cabida a componentes muy distintos. Bajo el paradigma del conocimiento parcial, los componentes definidos de un modo tan genérico en la habilidad de contar toman la forma de los principios de contar (Gelman, 1978; Gelman y Gallistel, 1978). Para Wilkinson (1984) los *componentes* y los principios se asemejan en que ambos son entidades cognitivas separadas que se suponen presentes en los niños, pero integradas pobremente en los pequeños y bien ensambladas en los mayores. No obstante esta similaridad, el autor establece una diferencia entre componentes y principios; éstos implican conocimiento abstracto y tienen una entidad en la mente del niño (representación) aparte de la conducta observable, mientras que los componentes están íntimamente ligados a la acción (Wilkinson, 1984). La teoría de Wilkinson, por tanto, se ocupa de formalizar el aspecto procesual en tanto que los principios constituyen un modelo de competencia.

La hipótesis general de Wilkinson es que el conocimiento de la habilidad de contar, al igual que otras habilidades cognitivas, es fundamentalmente variable. Dicha hipótesis se desglosa en dos: 1) Un componente aislado puede ser relativamente estable en el niño pequeño, ya que se atribuye a éste un cierto conocimiento de los principios, *hipótesis de dificultad adicional*. 2) Un componente cualquiera se convertirá en menos estable cuando sea necesario utilizarlo en coordinación con otros, *hipótesis de variabilidad adicional*.

La primera hipótesis predice que dadas dos tareas tales que una de ellas requiere un componente más que los componentes requeridos por la otra, aquella con mayor número de componentes originará ejecuciones erróneas con más probabilidad que la tarea cuya ejecución requiere menos componentes. Ello se debería a que a medida que crece el número de componentes implicados se necesita mayor coordinación, pero, además, al entrar en juego varios componentes, es muy probable que alguno se use erróneamente. La segunda hipótesis predice que la tarea con mayor número de componentes será también la más variable (Wilkinson, 1984). Se asume, además, la existencia de un proceso ejecutivo que supervisaría la integración de los componentes. El contar correctamente es, en parte, función del proceso ejecutivo y, en parte, función de la integración de los componentes, pero ambos procesos se consideran independientes (Wilkinson, 1984). Sólo cuando el niño no dispone de una rutina para contar hasta

un punto es necesario echar mano del proceso ejecutivo para crear la rutina «ad hoc».

Sin embargo, el análisis de la tarea realizado por Wilkinson no es una derivación inmediata del modelo teórico de Gelman y Gallistel (1978), pues los principios son más conceptuales que procesuales. El autor considera tres componentes ya señalados en trabajos precedentes (Beckwith y Restle, 1966; Gelman y Gallistel, 1978) y crea tareas que difieren en alguno de ellos, categoriza los errores y hace predicciones de errores para cada tarea en función de los componentes implicados. Los componentes o subprocesos que intervienen en la tarea son:

1. *Etiquetar*. Supone recuperar de la memoria una a una las palabras-número en el orden adecuado, sin saltos ni duplicaciones.
2. *Partición*. Implica «marcar» físicamente o en la memoria cada ítem, de modo que durante todo el proceso se distingan dos conjuntos, el de los elementos contados y el de los no contados todavía.
3. *Parar*. Supone reconocer que ya se han contado todos los ítems y debe finalizar el etiquetado y la partición.

Wilkinson (1984) diseña cuatro tareas de contar que difieren en alguno de los componentes. Las tareas y sus componentes aparecen en la Tabla I.

TABLA I

Tarea	Componentes		
	Etiquetar	Partición	Parar
Recitar	Sí	No	Bajo
Contar / Fácil	Sí	Bajo	Bajo
Contar / Difícil	Sí	Alto	Alto
Señalar	No	Alto	Alto

Sí/No indica presencia/ausencia del componente. Bajo/Alto se refiere a la necesidad/no necesidad de un proceso ejecutivo. (Wilkinson, 1984).

La coordinación de etiquetado y partición incluiría la aplicación de los principios de *orden estable* y *uno-a-uno* (Gelman y Gallistel, 1978).

Para poner a prueba las hipótesis se comparan la ejecución de los sujetos en pares de tareas que difieren en un componente: Recitar y Contar Fácil, Contar Fácil y Contar Difícil, Contar Difícil y Señalar a fin de poner a prueba las dos hipótesis, de dificultad y de variabilidad. Las predicciones sobre el primer error cometido por los sujetos en cada una de las tareas y por consiguiente sobre la diferencia de tipos de errores cometidos entre pares de tareas son las siguientes: a) mayor probabilidad de cometer errores de etiquetar: *salto* y *duplicación* en Contar Fácil, que en Recitar; b) más errores de *parar* y más errores de *salto* y *duplicación* en Contar Difícil que en Contar Fácil, ya que en la primera los conjuntos tienen disposición cerrada; también serán más probables los errores de *salto* y *duplicación* y c) más errores de *partición* (salto de ítem y dos números a un ítem) en Contar Difícil que en señalar. Los datos de la eje-

cución de las cuatro tareas en una muestra de niños de 34 a 71 meses permiten a Wilkinson (1984) confirmar su hipótesis de variabilidad adicional y de dificultad adicional. No obstante, es preciso señalar que la conclusión de variabilidad adicional parece más fruto de la estrategia metodológica que de la realidad de los datos (Coello, 1987).

## CONCLUSION

Los estudios cognitivos muestran que el desarrollo de la habilidad cognitiva de contar, al igual que el de otras habilidades matemáticas más sofisticadas, constituyen un proceso lento que culmina en la integración de todos los subprocesos que componen la habilidad. Sin embargo, los modelos propuestos son estáticos. En este área, como en otras áreas del desarrollo, uno de los aspectos no resuelto es la determinación de cuáles son los mecanismos de transición de unos niveles de habilidad a otros. Parece claro que los preescolares poseen un conocimiento parcial de contar, pero no existe unanimidad en cuanto al modo de caracterizar ese conocimiento parcial durante el período de desarrollo de la habilidad.

El análisis en términos de componentes y de correspondencias permite hacer predicciones de los tipos de errores (Fuson y Hall, 1983; Wilkinson, 1984). Por otra parte, los modelos basados en la simulación del proceso (Klahr y Wallace, 1976; Greeno y cols., 1984) solamente simulan la ejecución correcta en situaciones de tarea específicas. En general todas las investigaciones se limitan a situaciones de tarea muy específicas, por lo que es preciso que se incluyan en la simulación de los procesos los componentes perceptuales y también los creativos (estrategias) que intervienen en la tarea.

Finalmente, hay que señalar que la nueva metodología y el nuevo marco teórico han permitido conocer más acerca de las habilidades matemáticas tempranas tales como el proceso de contar. Es de esperar que este conocimiento se acreciente en el futuro y tenga consecuencias en la instrucción de los conocimientos matemáticos tempranos.

## Referencias

- ANDERSON, J. (1978). Arguments concerning representation for mental imagery. *Psychological Review*, 85, 249-277.
- BECKWITH, M. y RESTLE, F. (1966). Process of enumeration. *Psychological Review*, 73, 437-444.
- BRIARS, D. y SIEGLER, R. S. (1984). A featural analysis of preschooler's counting knowledge. *Developmental Psychology*, 20, 607-618.
- CASE, R. (1982). General development inference on acquisition of elementary concepts and algorithms in arithmetic. En T. P. Carpenter, J. M. Moser y T. A. Romberg (Eds.), *Addition and Subtraction: A cognitive Perspective*. Hillsdale, NJ: LEA.
- CHI, M. T. C. y KLAHR, D. (1975). Span and rate of apprehension in children and adults. *Journal of Experimental Child Psychology*, 19, 434-439.
- CHOMSKY, N. (1969). *The acquisition of syntax in children from 5 to 10*. Cambridge, MA: MIT Press.
- CLEMENTS, D. H. (1984). Training effects on development and generalization of Piagetian logical operations and Knowledge of number. *Journal of Educational Psychology*, 76, 766-776.
- COELLO, M. T. (1987). *El proceso de contar en los niños*. Tesis doctoral no publicada. Facultad de Psicología, UCM, Madrid.
- COOPER, R. G. (1984). Early number development: Discovering number space with addition and subtraction. En C. Sophian (Ed.), *Origins of cognitive skills*. Hillsdale, NJ: L.E.A.

- FISHER, K. W. (1980). A theory of cognitive development: The control of hierarchies of skills. *Psychological Review*, 87, 477-531.
- FUSON, K. C. (1982). An analysis of the counting on solution procedure in addition. En T. P. Carpenter, J. M. Moser y A. Romberg (Eds.), *Addition and Subtraction: A cognitive perspective*. Hillsdale, NJ: LEA.
- FUSON, K. C., BRIARS, D. J. y SECADA, W. G. (1985). Correspondence errors in children's counting. *Unpublished draft*.
- FUSON, K. C. y HALL, J. W. (1983). The acquisition of early number word meanings: A conceptual analysis and review. En H. G. Ginsburg (Ed.), *The development of Mathematical Thinking*. New York: Academic Press.
- FUSON, K.; BRIARS, D. J. y RICHARDS, J. (1982). The acquisition and elaboration of the number word sequence. En C. J. Brainerd (Ed.), *Children's logical and mathematical cognition*. New York: Springer-Verlag.
- GELMAN, R. (1978). Counting in the preschooler: What does and does not develop? En R. S. Siegler (Ed.), *Children's thinking: What develops?* Hillsdale, NJ: LEA.
- GELMAN, R. (1982). Accessing one-to-one correspondence: Still another paper about conservation. *British Journal of Psychology*, 73, 209-220.
- GELMAN, R. y GALLISTEL, C. R. (1978). *The child's understanding of number*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- GELMAN, R. y MECK, E. (1983). Preschoolers counting: Principles before skill. *Cognition*, 13, 7343-359.
- GREENO, J. G.; RILEY, M. S. y GELMAN, R. (1984). Conceptual competence and children's counting. *Cognitive Psychology*, 16, 94-143.
- JAÑEZ, L. (1981). Simulación: conceptos básicos: En L. Jañez (Ed.), *Simulación en Psicología*. Publicaciones del Dpto. de Psicología Matemática, Facultad de Psicología-UCM, Madrid.
- KLAHR, D. R. y WALLACE, J. G. (1976). *Cognitive development: An information processing view*. Hillsdale, NJ: LEA.
- NESHER, P. (1986). Learning Mathematics. A cognitive perspective. *American Psychologist*, 41, 1.114-1.122.
- NEWELL, A. y SIMON, H. A. (1972). *Human problem solving*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall.
- PIAGET, J. y SZEMINSKA, A. (1941). *La genèse du nombre chez l'enfant*. Neuchâtel: Delachaux y Niestlé.
- POTTER, M. C. y LEVY, E. I. (1968). Spatial enumeration without counting. *Child development*, 39, 265-273.
- RODRIGO, M. J. (1982). Las posibilidades del análisis de tareas como técnica para el estudio de los procesos mentales. *Infancia y Aprendizaje*, 19-20, 159-173.
- SIEGLER, R. S. (1981). Developmental sequences within and between concepts. *Monographs of the Society for Research in Child Development*, 46 (2 Serial N.º 189).
- SIEGLER, R. S. y RICHARDS, D. D. (1983). The development of two concepts. En C. J. Brainerd (Ed.), *Recent advances in cognitive-development theory. Progress in cognitive development research*. New York: Springer Verlag.
- SIEGLER, R. S. y ROBINSON, M. (1982). The development of numerical understanding. En H. Reese y L. Lipsitt (Eds.), *Advances in child development and behavior*. New York: Academic Press.
- SIEGLER, R. S. y SHRAGER, J. (1984). Strategy choices in addition and subtraction: How do children know what to do? En C. Sophian (Ed.), *Origins of cognitive skills, the eighteenth annual Carnegie symposium on cognition*. Hillsdale, NJ: LEA.
- STEFFE, L. P.; COBB, P. y RICHARDS, J. (1983). An analysis of children's creation of countable items while counting. En L. P. Steffe, E. von Glasersfeld, J. Richards y P. Cobb (Eds.), *Children's counting types*. New York: Praeger.
- STEFFE, L. P.; THOMPSON, P. W. y RICHARDS, J. (1982). Children's counting in arithmetical problem solving. En T. P. Carpenter, J. M. Moser y T. A. Romberg (Eds.), *Addition and subtraction: A cognitive perspective*. Hillsdale, NJ: LEA.
- VON GLASERSFELD, E. (1982). The conception and perception of number. En S. Wagner y E. Geeslin (Eds.), *Modeling mathematical cognitive development*. Columbus, O: ERIC/SMEAC Center for Science, Mathematics and Environmental Education, Ohio State University.
- STEFFE, L. P.; VON GLASERSFELD, E. y RICHARDS, J. (1983). An analysis of counting and what is counted. En L. P. Steffe, E. von Glasersfeld, J. Richards y P. Cobb (Eds.), *Children's counting types*. New York: Praeger.
- WILKINSON, A. C. (1982a). Theoretical and methodological analysis of partial knowledge. *Developmental Review*, 2, 274-304.
- WILKINSON, A. C. (1982b). Partial knowledge and self-correction: Developmental studies of a quantitative concept. *Developmental Review*, 18, 874-891.
- WILKINSON, A. C. (1984). Children's partial knowledge of the cognitive skill of counting. *Cognitive Psychology*, 16, 28-64.