

# Expectativas de probabilidad teórica y de frecuencia empírica en juegos de azar

*Alfredo Fierro*

*Colegio Universitario de Málaga*

Las expectativas del agente respecto al resultado de su acción, al curso de los acontecimientos que le afectan y a la relación entre uno y otro, desempeñan un papel importante en su acción misma, en su comportamiento. Algunos modelos, teorías y/o ecuaciones de especificación de conducta han recogido ese hecho en modos diversos: como variables intermediarias (Tolman, 1951, 1959), como factor incorporado a ecuaciones de especificación del potencial de conducta (Rotter, 1972), como probabilidad estimada del valor hedónico o de refuerzo de alternativos cursos de acción (Boisjoly, 1974), como probabilidad subjetiva de éxito o de fracaso ante tareas para las que se postula una motivación de ejecución (Atkinson, 1957, 1964; Atkinson y Cartwright, 1964). Las expectativas son siempre probabilidades esperadas respecto a eventos del mundo propio, en relación de contingencia o no con la propia conducta.

Los orígenes o fundamentos de las expectativas son, psicológicamente, de diversa naturaleza. Hay una probabilidad esperada puramente racional, lógico-matemática, fundamentada en el análisis estadístico del espacio muestral. Hay expectativas empíricas, que se basan en lo que de hecho el agente ha observado haber ocurrido en anteriores ocasiones parecidas. Hay, en fin, expectativas basadas en la información comunicada por otros, y no en la propia experiencia, ni tampoco en un análisis racional del espacio muestral. Estas últimas son estudiadas principalmente por la psicología social. Las expectativas empíricas, en cambio, pertenecen a la teoría del aprendizaje en general, y concretamente son objeto de hipótesis teóricas sobre la relación de contingencia entre conducta y refuerzo, relación que precisamente, en los modelos más convincentes de condicionamiento (cfr. Prokasy, 1965; Rescorla, 1972), se concibe como una relación no tanto de simultaneidad o de contigüidad, cuanto de probabilidad de ocurrencia del estímulo incondicionado, una vez dada la presencia del estímulo condicionado. En cuanto a las expectativas estadísticas, han sido investigadas, sea en el análisis de juegos aleatorios, sea en la perspectiva psicoevolutiva de su génesis en forma de esquemas cognitivos lógicos en el niño y el adolescente.

El presente trabajo se refiere a las expectativas estadísticas y a las empíricas. Realmente, conforme ha mostrado Piaget (1970) a propósito de la distinción entre conocimientos (y ciencias) formales, como la lógica y la matemática, y conocimientos (y ciencias) de carácter empírico, desde el punto de vista genético las formas y esquemas lógicos y matemáticos no se gestan en el niño con independencia de sus experiencias concretas, sino justo y sólo a partir de éstas. Los juicios de probabilidad estadística de que

una moneda lanzada al aire caiga al suelo en cara o en cruz no se elaboran al margen de lo que el niño ve acontecer en la realidad. Respecto a eventos verdaderamente aleatorios con monedas, dados, loterías o cualquier otra clase de juegos de azar, la experiencia no contradice al análisis racional lógico-matemático, y conforme a la ley de los grandes números, las expectativas empíricamente fundadas tienden a acercarse mucho a (en el límite, a converger con) las expectativas racionales. Una experiencia breve acerca de sucesos aleatorios puede, empero, contrastar fuertemente con la probabilidad racional; y, en general, es capaz de influir por sí misma, con independencia de la probabilidad racional, en las expectativas del sujeto. El presente estudio ha intentado valorar independientemente esas dos fuentes de expectativa o predicción, la racional y la de experiencia, en tres sujetos de edad escolar colocados en situación de juego aleatorio.

El antecedente clásico de la tarea a la que hemos enfrentado a nuestros sujetos es la situación piagetiana de estudio de las nociones de azar y de probabilidad en niños. Procediendo con su habitual método de entrevista relativamente estandarizada, mas no rígida, Piaget e Inhelder (1951) enfrentan a niños y preadolescentes a eventos aleatorios, a veces trucando el curso del azar, y les piden explicaciones acerca de lo que ha ocurrido o prevén que va a ocurrir. El estudio psicoevolutivo de estos dos autores sobre la aparición de los conceptos de azar y de probabilidad en el curso del desarrollo cognitivo infantil continúa siendo obra de obligada referencia, aunque existan algunos trabajos posteriores en parecida perspectiva piagetiana (cfr. Pascual-Leone, 1969, y Huteau y Rajchenbach, 1978).

De acuerdo con el marco teórico general de la escuela de Ginebra, y con su periodización en etapas del desarrollo cognitivo del niño, Piaget e Inhelder (1951) distinguen tres estadios en las concepciones infantiles del azar y de la probabilidad. En un primer estadio, desde los cuatro años hasta cerca de los siete, el niño posee la intuición de lo raro o infrecuente, se extraña ante lo que el experimentador realiza a sus ojos con monedas, fichas o dados trucados, pero carece de todo concepto sobre una verdadera probabilidad sistemática. Desde los siete años aproximadamente hasta los diez u once —segundo estadio—, el niño muestra haber adquirido la noción abstracta de probabilidad y se aplica progresivamente a la cuantificación de los hechos aleatorios a los que se enfrenta. En el tercer estadio, en fin, el sujeto efectúa operaciones lógicas, de carácter combinatorio y deductivo, a partir de las cuales, racionalmente, llega a juicios formales de probabilidad.

El inicial propósito de la presente investigación consistía en explorar el segundo estadio o, más exactamente aún, el paso del segundo al tercer estadio; y para eso se eligió a tres sujetos entre ocho y once años. Quizá desde antes del comienzo mismo de la investigación, pero ciertamente desde las primeras sesiones propiamente experimentales, incluso el más pequeño de los niños (ocho años y tres meses, al comenzar las mismas) manifestó una comprensión de la probabilidad netamente propia de lo que Piaget e Inhelder conceptúan como tercer estadio, comprensión que se fue confirmando a lo largo de las sesiones. Como índice significativo, cabe citar que, en el cuaderno donde debían efectuar sus estimaciones y apuestas, no sólo los dos mayores, también este sujeto menor desarrolló por escrito, para experiencias como la de salir cara las tres monedas lanzadas, la completa combinatoria de resultados posibles dentro del correspondiente espacio muestral, lo que evidencia haber alcanzado dicho estadio tercero en la comprensión de la probabilidad. No ha podido, pues, observarse en él el paso del segundo a este superior estadio, en el cual mostró hallarse muy

tempranamente en el curso de la experimentación, que, en consecuencia, ha venido en realidad a constituir una investigación sobre el estadio tercero, propio ya, por lo demás, de la mayoría de los adultos.

A diferencia del enfoque piagetiano, interesado en la estructura y la génesis de la noción formal, lógico-matemática, de probabilidad y en su cuantificación mediante operaciones combinatorias, deductivas y de cálculo, el presente estudio ha atendido asimismo a expectativas empíricas, de hecho, de acontecimiento. El prototipo de pregunta piagetiana es el siguiente: ¿sabe el niño que, lanzada la moneda al aire, existe la misma probabilidad de caer en cara o en cruz? Este género de cuestión, formulada por Piaget en términos evolutivos, de génesis de las operaciones formales, es, por otro lado, semejante a la que ha ocupado a los autores que estudian al hombre como un «estadístico intuitivo» (Peterson y Beach, 1967; Nisbett y Ross, 1980; Kahneman y Tversky, 1981). Es cuestión para nosotros pertinente. Pero, aparte cuestiones de este género, aquí se propone asimismo la cuestión de hecho: una vez que conoce y puesto que conoce el niño —y el adulto, pues estamos ya en tercer estadio— la probabilidad de cara y cruz, ¿qué predicción hará de caras o de cruces para un número determinado de lanzamientos al aire, con una y con varias monedas?

Al abordar también este otro tema, nuestra perspectiva se acerca al planteamiento de la teoría clásica del condicionamiento y del aprendizaje en lo tocante a aprendizaje de probabilidades (Estes, 1964; Vlek, 1970; Messik, 1970; Arnau y Fernández Teixidó, 1978). Se trata, en este último, de un aprendizaje no racional, sino puramente empírico, basado en la experiencia pasada del aprendiz (no necesariamente humano) y en su percepción de relaciones de contingencia entre varias alternativas de acción y diversos cursos de acontecimientos en el medio. El interés del investigador yace aquí en averiguar con qué exactitud percibe el sujeto las frecuencias relativas de eventos a lo largo de extensas series de ensayos repetidos dentro de un medio generalmente estacionario, no cambiante. Aun cuando perciba estos acontecimientos como aleatorios, en la situación experimental típica el «azar» ha sido dispuesto y forjado por el experimentador en secuencias bien determinadas. Desde el punto de vista del sujeto aprendiz, de todos modos, los hechos aparecen como una secuencia donde las anteriores experiencias, los resultados o acontecimientos producidos en las ocasiones pasadas, contribuyen a determinar las expectativas en lo que resta de secuencia y, en eso, contribuyen al aprendizaje del sujeto. Respecto al paradigma experimental típico para el estudio del aprendizaje de probabilidades hay en nuestra investigación la importante diferencia y particularidad de que las frecuencias de los resultados aleatorios no son predisuestas, controladas y manipuladas por el investigador, sino realmente confiadas al curso del azar.

En relación, pues, con el enfoque experimental del aprendizaje de probabilidades empíricas, en las series de experiencias aleatorias los sujetos de nuestro estudio debieron predecir qué acontecimientos se producirían de hecho en cada próxima ocasión de prueba. Como para cada espacio muestral aleatorio, para cada experiencia (cfr. su lista en Apéndice), hubo tres ocasiones o pruebas, era posible contrastar la hipótesis de que los resultados empíricos en las ocasiones 1ª y 2ª influyeran en las predicciones o expectativas empíricas relativas, respectivamente, a la 2ª y a la 3ª. Como para cada acontecimiento, por otra parte, se les pedía a los sujetos un juicio de probabilidad teórica acerca de lo que en él debería ocurrir, también cabía someter a comprobación hipótesis sobre la medida en que los resultados empíricos en la ocasión 1ª llegan a influir en el juicio de probabili-

dad teórica para la ocasión 2ª. Con ello se abre la posibilidad de estudiar el enlace entre el aprendizaje de probabilidades empíricas, experimentalmente investigado en el marco de las teorías clásicas y recientes del aprendizaje, y la génesis de los esquemas cognitivos relativos a la probabilidad teórica o estadística, explorada por Piaget y otros.

El método en el estudio no ha sido de entrevista estandarizada o de diálogo relativamente fijo con los sujetos, al modo piagetano. Tampoco ha sido a lo largo de centenares de ensayos idénticos, según el procedimiento típicamente utilizado por los estudiosos del aprendizaje de probabilidades con animales. No se ha excluido el diálogo con los sujetos; incluso han quedado informalmente recogidas, aunque no formalmente analizadas, sus incidentales observaciones orales sobre la situación. El conjunto de pruebas (ocasiones de experiencias) ha sido de 63, sin contar las de ensayo. Como, por otro lado, cada prueba se desarrollaba en un buen número de lanzamientos o extracciones al azar, el total de los resultados aleatorios ha sido superior a 2.000; pero las pruebas no eran todas idénticas (salvo cada grupo de tres en la correspondiente experiencia), y en eso la situación ha diferido de la de los experimentos clásicos en aprendizaje de probabilidades. El planteamiento experimental ha sido el de una experimentación que usa información nueva y cambiante, en términos afines a los recomendados por Finetti (1974) para el estudio de la probabilidad subjetiva.

En cuanto a la atmósfera de la situación, se dispuso como situación de juego, en particular, de apuesta. En la imposibilidad de desglosar en la predicción de los sujetos qué componentes eran de expectativa empírica (qué esperaban que ocurriera) y qué otros lo eran de apuesta (a qué valor apostaban), se ha tomado directamente este último valor como estimación de la expectativa empírica misma. Es decir, esta expectativa ha sido operacionalizada en su forma de apuesta. Al fin y al cabo, por otro lado, nuestras expectativas frente a hechos inciertos, aparte de lo que tienen de racionales o teóricas, tienen mucho, acaso todo, de apuestas: reflejan lo que apostamos que de hecho ocurrirá.

Con este último añadido, el estudio pretende ser pertinente también para una teoría de la decisión, de la conducta de apuesta y de los juegos de azar, en particular, dentro de lo que se conoce como juego de ganancias netas, donde cada jugador gana con independencia de las ganancias de los demás y no a costa de pérdidas en los demás. Apostar es decidirse, es decidir tras haber juzgado bajo condiciones de incertidumbre o de riesgo. La variable dependiente, la conducta observada en nuestros sujetos a lo largo de la secuencia experimental ha sido propiamente una conducta de apuesta, de decisión. Los esquemas lógico-matemáticos de probabilidad que subyacían a esa conducta han sido, de una parte, manifestados verbalmente por los propios sujetos, y, de otra, inferidos a partir de su conducta de apostar en el juego. Algunos autores han resaltado las dificultades metodológicas de medición de la probabilidad subjetiva e incluso han puesto en duda que las creencias de los sujetos a este respecto merezcan realmente el nombre de probabilidades (Zeeuw y Wagenaar, 1974). Sin entrar en la naturaleza psicológica y formal de la creencia de los sujetos experimentales sobre la probabilidad lógico-matemática de los resultados aleatorios, el presente estudio efectúa su medición u operacionalización en el modo en que se indica; y se ha aplicado, concretamente, al fenómeno conocido como decisión «bajo riesgo», es decir, sin conocimiento cierto de los resultados, pero sí de su probabilidad, en tanto que contrapuesto al de decisión «bajo incertidumbre», donde ni siquiera un juicio de probabilidades puede ser invocado (para esta distinción, cfr. Edwards, 1954). En particular, se ha que-

rido identificar ciertos parámetros personales de decisión de los sujetos en la conducta de apuesta, parámetros que relacionan la decisión adoptada con los eventos empíricos anteriores y con las probabilidades teóricamente esperadas. Puesto que la decisión no se efectúa una sola vez por parte de los sujetos, sino varias veces, en un proceso o secuencia de decisiones renovadas, el fenómeno bajo estudio es de decisión «dinámica», según la terminología de Edwards (1962), y no meramente «estática».

El estudio ha sido planteado y desarrollado como investigación exploratoria, más que confirmatoria de hipótesis, y como estudio de sujetos únicos. Como sola hipótesis formalmente enunciada se formula ésta: a medida que el sujeto desarrolla esquemas formales lógico-matemáticos, su predicción de eventos aleatorios estará más asociada a dichos esquemas que a acontecimientos empíricos reales ocurridos en ocasiones anteriores. Es una hipótesis que compara la expectativa racional con la expectativa empírica. Por lo demás, no se hacen inferencias propiamente dichas sobre los correspondientes procesos en otros grupos de personas, ni tampoco sobre sus gradientes evolutivos. No se presentan niveles de significación en los resultados, aunque a veces era posible hacer uso de modelos de estadística inferencial para generalizar algunos de esos resultados. Más que conclusiones, los resultados permiten formular nuevas hipótesis, susceptibles de ser incorporadas a un marco teórico preexistente, ya de psicología diferencial de la conducta de decisión, ya de psicología evolutiva de la aparición de los esquemas lógico-matemáticos, ya de teoría psicológica básica de la decisión y de la representación de la probabilidad.

## METODO

### Sujetos

Han sido tres sujetos en edad escolar, dos varones y una niña: Carlos (C), once años y tres meses al comenzar la serie de experimentos; Elisa (E), diez años; y David (D), ocho años y tres meses. Habían cursado, respectivamente, los cursos 5º, 4º y 2º de EGB, los tres con buenos rendimientos. Antes de comenzar la serie, y en sesiones de ensayo, todos ellos dieron manifestaciones de haber captado y dominar las nociones genéricas de azar y de probabilidad aleatoria.

### Materiales

Los materiales de la experimentación han sido materiales de juego, u otros, conocidos por los tres sujetos: dados, fichas de colores, monedas y bolas de lotería (bingo). Aunque estaban familiarizados con ellos, antes de comenzar la secuencia experimental hubo algunas sesiones de ensayo para familiarizarles con la situación de juego de apuesta y, sobre todo, con el tipo de experiencias y de preguntas a las que habrían de enfrentarse en dicha secuencia.

### Procedimiento

El experimentador planteaba cierto tipo de suceso: por ejemplo, si tiro esta moneda al aire 30 veces, ¿cuántas *saldrá* cara? Asegurado, en las sesiones de ensayo, de que los sujetos comprendían la pregunta, antes de co-

menzar la serie de lanzamientos de la moneda, hacía también esta otra interrogación: ¿cuántas veces *debería* salir cara? Los sujetos daban contestación a ambas preguntas separadamente y en secreto, sin comunicarse entre sí, escribiendo su respuesta en un cuaderno. Los aciertos —o los acercamientos, pues también se recompensó la aproximación a las soluciones correctas— en una y otra pregunta fueron premiados en un régimen de economía de fichas.

Para cada tipo de experiencia, para el evento de tirar una moneda al aire cierto número de veces, como para los otros 20 eventos integradores de la secuencia experimental completa, tras las correspondientes tiradas o extracciones, se repetían las dos preguntas (¿cuántas saldrán? ¿cuántas deberían salir?), con la particularidad de que esta segunda vez se les pedía razonar por escrito, siempre sin comunicar unos con otros, la probabilidad teórica esperada. Tras llevar a cabo esta segunda ocasión de lanzamientos o extracciones, el experimentador manifestaba y razonaba cuántas veces *debería* producirse el resultado aleatorio en cuestión, el de caer en cara la moneda cierto número de veces, o aquel de que se tratara en cada caso; y los sujetos efectuaban una última predicción o apuesta sobre el número de veces que todavía en otra tercera ocasión de tiradas o extracciones acontecería el resultado aleatorio. En la 2ª y 3ª predicción, los sujetos contaban, por tanto, con el dato empírico de las anteriores ocasiones; en la 3ª contaban, además, con el juicio del adulto acerca de la probabilidad teórica del hecho aleatorio.

Con la doble pregunta y en la triple repetición mencionada se presentó a los sujetos un total de 21 experiencias o eventos distintos, además de los de ensayo, ordenados en 7 grados de dificultad creciente. En Apéndice se indica el contenido y orden de presentación de los mismos. El primer número de identificación de cada experiencia expresa la serie (hubo cuatro series); el segundo, el nivel de dificultad. En general, y tal como lo mostraron las respuestas razonadoras de su estimación de probabilidad teórica, los tres niños se sintieron capaces de comprender el espacio aleatorio de los niveles 1, 2 y 3, experimentando, en cambio, bruscas e insalvables dificultades a partir del nivel 4. Es claro que este nivel y los superiores caen fuera de su capacidad de razonamiento matemático; sobrepasan también seguramente las habilidades cognitivas de la mayoría de los adultos no expresamente instruidos en las matemáticas de la probabilidad. Esta discontinuidad entre los niveles rudimentarios y los superiores fue expresamente planeada por el investigador, para incorporarla como variable independiente de la experimentación.

Las sesiones se realizaron en un clima relajado y de juego. Las series de experiencias aleatorias similares podían dar y de hecho dieron lugar a cierta monotonía en el juego. Para evitar indeseables efectos de monotonía y de fatiga, manteniendo en todo momento la situación como situación lúdica, las sesiones fueron distanciadas unas de otras y se prolongaron por un tiempo de cinco meses. Tan largo intervalo temporal podía dar ingreso a factores contaminantes de maduración. Sin embargo, como se verá en los resultados, a lo largo de la dilatada secuencia de pruebas, no fue observable este efecto.

Como puntualización terminológica, conviene registrar que, en este trabajo, se habla de *secuencia* experimental para referir a la totalidad de las pruebas en que consistió la experimentación; de *serie* para cada conjunto de pruebas, de diversa dificultad, con un mismo material (hubo así cuatro series: monedas, dados, fichas y lotería); de *experiencia* para cada uno de los géneros de evento cuya probabilidad y predicción debían los sujetos

enunciar (hubo así 21 experiencias, cuyo contenido consta en el Apéndice); de *bloque* para cada grupo sucesivo de 7 experiencias; y de *ocasión* para cada una de las tres repeticiones de cada evento o experiencia (63 ocasiones, por tanto).

## Resultados

Los datos primarios resultantes de las sesiones experimentales son las predicciones empíricas o apuestas acerca de las 21 experiencias aleatorias y las estimaciones de probabilidad teórica que los sujetos emitieron acerca de esas mismas experiencias. Tales predicciones y estimaciones pueden compararse entre sí para cada uno de los 21 casos así como para la triple repetición de los mismos; y contrastarse también con la probabilidad teórica objetiva para la distribución aleatoria de cada suceso y con el resultado empírico real efectivamente producido en la anterior o anteriores ocasiones de la misma experiencia. En estas comparaciones pueden aparecer diferencias entre los sujetos, entre los niveles de dificultad de las pruebas, entre los lugares de orden de las series, entre las ocasiones —dos para la estimación teórica, tres para la apuesta empírica— en que para cada experiencia jugaban los sujetos.

La tabla 1 presenta las diferencias con que la estimación de probabilidad teórica de los sujetos se apartó, en más o en menos, de la objetiva pro-

TABLA 1  
*Discrepancia entre la probabilidad teórica objetiva  
y la estimada por los sujetos*

|                                | Media | Desviación típica |
|--------------------------------|-------|-------------------|
| a) <i>Por sujetos</i>          |       |                   |
| C .....                        | 0,63  | 1,19              |
| E .....                        | 1,39  | 1,81              |
| D .....                        | 1,45  | 2,23              |
| b) <i>Por niveles</i>          |       |                   |
| Nivel 1 .....                  | 0,31  | 0,62              |
| Nivel 2 .....                  | 1,01  | 1,23              |
| Nivel 3 .....                  | 0,50  | 0,86              |
| Nivel 4 .....                  | 3,02  | 3,56              |
| Nivel 5 .....                  | 0,76  | 0,86              |
| Nivel 6 .....                  | 1,39  | 1,32              |
| Nivel 7 .....                  | 1,11  | 0,99              |
| c) <i>Según orden</i>          |       |                   |
| Bloque 1º (de 1,4 a 2,3) ..... | 0,64  | 0,88              |
| Bloque 2º (de 2,4 a 3,3) ..... | 1,02  | 1,07              |
| Bloque 3º (de 3,4 a 4,3) ..... | 1,81  | 2,74              |

Diferencias entre la probabilidad teórica objetiva para cada experiencia y la estimada (ocasiones 1ª y 2ª) por los sujetos. En medida de unidades típicas (obtenidas a su vez atendiendo a la función de distribución de cada suceso aleatorio) se expresan la media y la desviación típica de esas diferencias: *a)* por sujetos, *b)* por niveles de dificultad, *c)* por bloques de experiencias.

babilidad, y, por tanto, erró. Las medidas están expresadas en unidades de desviación típica respecto a las distribuciones de la función de probabilidad correspondientes a cada experiencia. Son medidas que reflejan la exactitud o más bien inexactitud en las estimaciones que los sujetos hicieron acerca de lo que *debería ocurrir*: los valores más altos equivalen a mayor error, a mayor discrepancia entre esas estimaciones y la probabilidad teórica objetiva. Están recogidas, en unidades típicas, las medias y las desviaciones típicas de esos errores, de esas discrepancias.

El apartado *a)* de la tabla 1 recoge los valores del error o discrepancia por sujetos. El mayor de los niños, C, cometió en sus predicciones teóricas errores que están, en promedio, por debajo de la mitad del valor de los errores de los otros dos niños, los cuales, por su parte, aparecen muy semejantes entre sí en este dato. La variabilidad de los errores de C, en términos de desviación típica, es también menor que la de los otros dos sujetos.

El apartado *b)* de la misma tabla 1 exhibe valores de error, ahora por niveles de dificultad de las pruebas. En general, como puede apreciarse, en los niveles elementales el error fue más pequeño que en los niveles superiores. La gradación en los errores es, con todo, muy irregular. Merece resaltarse que el más alto promedio de error aparece en el nivel 4. En el plan de manipulación experimental de la dificultad de las distintas pruebas, este nivel —ya se ha dicho— debía aparecer en ruptura brusca respecto a la relativa facilidad de los tres niveles anteriores. Posiblemente a esta neta discontinuidad frente a pruebas anteriores debe atribuirse el alto valor de error justo en el nivel 4. Cabe conjeturar asimismo que, una vez pasados al nuevo plano de dificultad, de complejidad, los sujetos desarrollaron dispositivos de «calibrado» estadístico (por emplear el concepto expuesto por Lichtenstein, Fischhoff y Phillips, 1982) que les permitieron reducir el error en los niveles 5 a 7. No es posible excluir, en fin, que el presunto orden de dificultad no sea correcto, y que las experiencias en nivel 4 aparezcan, de hecho, más difíciles que las de los niveles posteriores.

La reducción del error, de todos modos, sólo con gran cautela puede interpretarse como aprendizaje, o, para ser rigurosos, como aprendizaje de transferencia o generalización de unas tareas a otras. El apartado *c)* de la tabla 1 más bien obliga a excluir la existencia de una verdadera generalización y transferencia en el aprendizaje. Ahí se comparan medias y desviaciones típicas de valores de error atendiendo al orden de las pruebas, distinguiendo entre el bloque 1º de siete pruebas (de la 1,4 a la 2,3), el 2º bloque en realización temporal (de 2,4 a 3,3) y el bloque 3º (de 3,4 a 4,3). En esta comparación temporal aparece que los sujetos cada vez erraron más. No hay positivas razones para suponerles un aprendizaje; antes, por el contrario, habría que buscar explicaciones —en la heterogeneidad de las distintas series, no bien homologadas en cuanto a sus diversos niveles de dificultad— para justificar el progresivo empeoramiento en los resultados.

Un segundo paquete de resultados se cifra en la tabla 2. Ahí se comparan los valores de las apuestas o predicciones empíricas de los sujetos con los valores de la probabilidad teórica, ya de la estimada subjetivamente por ellos, ya de la probabilidad objetiva, que, en la tercera repetición de cada prueba, les era comunicada y razonada por el experimentador. La comparación no tendría sentido ahora en términos de error, interpretando la discrepancia como error, según se hace en la tabla 1; y está hecha en términos de razón. En los apartados *a)* y *b)*, esa es una razón P/E, donde E es la expectativa teórica y P la predicción empírica. En razones superiores a la unidad —como son todas en esos apartados— P es superior a

TABLA 2

*Razones entre predicción empírica, expectativa teórica  
y resultado empírico anterior*

| RAZONES  | SUJETOS |      |      |
|--|---------|------|------|
|  | C       | E    | D    |
| Entre predicción empírica y:                                     |         |      |      |
| a) Expectativa teórica subjetiva (ocasiones 1ª y 2ª)             | 1,19    | 1,04 | 1,16 |
| b) Expectativa teórica objetiva (ocasión 3ª) ....                | 1,25    | 1,03 | 1,07 |
| c) Resultado empírico anterior .....                             | 1,23    | 1,08 | 1,08 |
| d) Entre expectativa teórica y resultado empírico anterior ..... | 1,00    | 1,05 | 0,91 |

Las dos primeras filas cifran la relación entre predicción empírica (P) y expectativa teórica (E) en términos de una razón P/E para los diferentes sujetos, y para las dos modalidades de la expectativa: la subjetiva o estimada por ellos en ocasiones 1ª y 2ª de cada experiencia *a*) y la objetiva, comunicada por el experimentador, en la ocasión 3ª *b*). En la tercera fila *c*) consta una razón análoga entre la predicción empírica (en ocasiones 2ª y 3ª) y el valor del resultado empírico en la anterior ocasión (respectivamente, ocasiones 1ª y 2ª). La cuarta y última *d*) expresa la razón entre la expectativa teórica de los sujetos (ocasión 2ª) y el resultado empírico anterior (ocasión 1ª).

E, lo que quiere decir que los sujetos apuestan y predicen que el resultado aleatorio ocurrirá de hecho más veces de las que en pura probabilidad teórica debería ocurrir. El comentario incidental, ingenuo, de uno de los sujetos —«siempre sale más veces»—, al percatarse ellos mismos de que solían apostar por encima de lo que en teoría juzgaban que había de ocurrir, corrobora en palabras lo que en datos exhibe la tabla 2, *a*) y *b*).

Así, pues, en el conjunto de las apuestas, los sujetos han sobreestimado la probabilidad empírica respecto a la teórica. Los tres sujetos exhibieron este fenómeno de la sobreestimación, aunque en distinta medida. La tabla 2 muestra a C con el más alto índice o razón de sobreestimación, luego a D y, en fin, a E. Pero el dato más significativo de esa tabla se halla no tanto en la diferencia entre los sujetos cuanto en la consistencia que cada sujeto parece exhibir en dicha razón de estimación. Para cada sujeto es muy semejante cuando la predicción empírica se compara con la expectativa teórica propia y con la que les es comunicada por el experimentador. También es muy semejante la razón que aparece al comparar la predicción empírica con los resultados aleatorios efectivamente producidos en las ocasiones anteriores de la misma prueba y que consta en el apartado *c*) de la misma tabla.

Para C, esos valores, respectivamente, son de 1,19, 1,25 y 1,23. Para E, son de 1,04, 1,03 y 1,08. Para D, de 1,16, 1,07 y 1,08. Dichos valores, que se muestran relativamente consistentes entre sí para cada sujeto, sugieren conjeturar unos parámetros personales de expectativa, predicción o apuesta, parámetros que relacionarían con estas variables los conocimientos anteriores del sujeto, sean conocimientos teóricos de probabilidad, sean conocimientos empíricos acerca de lo realmente ocurrido en ocasiones semejantes anteriores.

La tabla 2 recoge todavía, en su apartado *d*), un cuarto índice. Es el que expresa la razón, a través de las pruebas, entre la estimación de probabilidad teórica hecha por los sujetos en la ocasión 2ª de cada prueba y los hechos empíricos aleatorios producidos en la ocasión 1ª. Para C esa razón es exactamente la unidad. Esto quiere decir que, como media, a través de todas las pruebas, C ajustó sus predicciones teóricas en dicha ocasión 2ª a los resultados empíricos de hecho producidos en la respectiva ocasión anterior; E incrementó levemente (razón: 1,05) y D disminuyó también ligeramente (razón: 0,91), en promedio, su predicción teórica respecto al resultado empírico anterior.

TABLA 3

*Correlaciones de la predicción (apuesta) con las expectativas teóricas y las empíricas*

|                       | SEGUNDA OCASION |         | TERCERA OCASION |         |
|-----------------------|-----------------|---------|-----------------|---------|
|                       | Empírica        | Teórica | Empírica        | Teórica |
| a) <i>Por Sujetos</i> |                 |         |                 |         |
| C .....               | 0,89            | 0,98    | 0,93            | 0,98    |
| E .....               | 0,83            | 0,94    | 0,99            | 0,96    |
| D .....               | 0,92            | 0,38    | 0,85            | 0,95    |
| b) <i>Por Niveles</i> |                 |         |                 |         |
| Fáciles .....         | 0,88            | 0,79    | 0,96            | 0,93    |
| Difíciles .....       | 0,90            | 0,76    | 0,96            | 0,96    |

Valores de la correlación, para diferentes sujetos y niveles de dificultad (fáciles = niveles 1 a 3; difíciles = niveles 4 a 7), de las predicciones empíricas (apuestas) sea con los acontecimientos empíricos anteriores (resultados aleatorios en la anterior ocasión) sea con las probabilidades teóricas (estimadas por ellos en la ocasión 2ª, comunicadas por el experimentador en la 3ª).

Los datos más importantes, derechamente pertinentes a la contrastación de la hipótesis principal del estudio, comparando el papel de expectativas fundadas en dos fuentes diversas de conocimiento —en la percepción de hechos empíricos y en esquemas racionales de probabilidad— se hallan en la tabla 3. Son datos expresados en correlaciones: por un lado, correlación de la predicción empírica (de la apuesta) con el valor del resultado aleatorio producido en la ocasión anterior, es decir, con el dato empírico a disposición de los sujetos y que forma parte de su más reciente experiencia (conocimiento de raíz empírica); por otro, la correlación de aquella misma predicción o apuesta con el esquema racional de probabilidad teórica (conocimiento de raíz racional, formal, lógico-matemática), sea la estimada por ellos (2ª ocasión), sea la comunicada por el investigador (3ª ocasión). La contrastación de aquella hipótesis requiere comparar ambas correlaciones para cada sujeto y luego para distintos niveles de dificultad.

El apartado *a*) de la tabla 3 efectúa la comparación en los tres sujetos, separando datos relativos a la ocasión 2ª, en que no contaban sino con sus estimaciones teóricas de probabilidad, y los relativos a la ocasión 3ª, cuando el adulto experimentador les había informado y razonado acerca de la

verdadera probabilidad objetiva. En la ocasión 3ª, para correlacionar con los resultados aleatorios, y puesto que había habido dos ocasiones ya de observarlos, para este término de la correlación se ha tomado la media de esas dos anteriores ocasiones. En C, la correlación con la probabilidad teórica, sea la suya propia, sea la presentada por el experimentador, es en ambos casos más alta que la correlación con los datos de percepción empírica. En D destaca el resultado de una correlación bastante baja ( $r=0,38$ ) cuando se trata de sus propias estimaciones y mucho más alta ( $r=0,95$ ) cuando son las comunicadas por el adulto. Posiblemente aquí podemos conjeturar la presencia e influencia de una fuente de conocimientos y expectativas no considerada de modo explícito en las hipótesis de la investigación: el conocimiento o la creencia fundada en el testimonio y autoridad de otros. El patrón de correlaciones presentadas por E aparece más bien irregular y de difícil interpretación. En C y en E, no en D, las correlaciones con las frecuencias empíricas en la 3ª ocasión, cuando habían observado dos veces la producción del hecho aleatorio, son más altas que en la 2ª, cuando sólo lo habían observado una vez.

El apartado *b*) permite cotejar resultados correlacionales de acuerdo con el grado de dificultad en la comprensión racional de los eventos aleatorios. Tomando en cuenta que con la experiencia de nivel 4 de cada serie se introducía una dificultad cualitativamente superior, se han computado separadamente las correlaciones para los niveles fáciles (1 a 3) y para los difíciles (4 a 7). Al mismo tiempo, también por separado, figuran los datos correlacionales relativos a la ocasión 2ª, donde no tenían los sujetos más que su propia estimación teórica, y a la ocasión 3ª, cuando disponían de la probabilidad comunicada por el adulto, y, además, habían observado no ya una vez, sino dos, la producción del evento aleatorio. Los resultados reales en éste, también aquí fueron promediados para cifrar el término de dato empírico para su correlación con la posterior apuesta.

Las correlaciones de la tabla 3 *b*), realizadas sin consideración de los distintos sujetos, permiten las comparaciones siguientes: 1. La correlación de las apuestas (predicciones) con los anteriores resultados empíricos es mayor en la 3ª ocasión que en la 2ª, lo que constituye un dato redundante respecto al ya hallado en el apartado *a*) de la misma tabla para C y E. 2. Apenas hay diferencia entre las correlaciones de la apuesta con probabilidad teórica —sea de los sujetos, sea del adulto experimentador— para los niveles fáciles y para los difíciles. 3. Más claro aún, para los dos distintos niveles de dificultad, es prácticamente nula la diferencia entre las correlaciones con los resultados empíricos. El nivel de dificultad, en suma, no parece haber influido en los sujetos para fiarse más de la observación empírica que de la expectativa racional, la propia o la del adulto, ni tampoco a la inversa. Si se deja aparte la madurez general del sujeto en sus esquemas lógico-formales de análisis de la probabilidad —apartado *a*) de tabla 3—, la dificultad de construir racionalmente el espacio muestral de la experiencia aleatoria no discrimina entre la relativa influencia de la percepción empírica y la de dichos esquemas teóricos: su respectivo peso no cambia con el cambio de nivel de dificultad.

En cualquier caso; la observación de frecuencias empíricas en la 1ª ocasión de cada experiencia contribuyó decisivamente a determinar la representación o estimación de la probabilidad teórica de los sujetos en la 2ª ocasión. Este fenómeno lo recoge la tabla 4. En ella se cifran, para cada uno de los sujetos, los cambios que en esa estimación teórica efectuaron de la 1ª ocasión a la 2ª. Entre una y otra estimación había mediado la observación de la ocurrencia real de resultados en la ocasión 1ª. Como puede

TABLA 4

*Cambios en la predicción teórica en relación con el resultado empírico anterior*

|  | C  | E  | D  |
|--|----|----|----|
| a) De acuerdo con el resultado empírico .....                    | 5  | 7  | 4  |
| b) En desacuerdo respecto al resultado empírico                  | 0  | 0  | 0  |
| c) Rebasando el resultado empírico en valores más extremos ..... | 0  | 0  | 2  |
| d) Sin cambio .....  | 16 | 14 | 15 |

Número de cambios efectuados por los sujetos en la predicción teórica de la 2ª ocasión respecto a la 1ª, y su relación con los resultados empíricos reales de la 1ª ocasión: a) Conforme al resultado empírico: en la dirección del mismo, igualándose a él, o quedando en valores intermedios entre éste y la anterior estimación. b) En contra del resultado empírico: en dirección opuesta a éste. c) Más allá del resultado empírico: en su misma dirección pero procediendo más allá de él, hacia valores más extremos. d) Sin cambio.

apreciarse, ningún cambio en la estimación teórica se efectuó en dirección opuesta a la de la ocurrencia o frecuencia empírica recién observada. Siempre que los sujetos modificaron dicha estimación racional lo hicieron en la dirección de los resultados empíricos anteriores, y casi siempre señalando valores, bien idénticos a esos resultados, bien intermedios entre éstos y la anterior estimación; sólo D, dos veces, procedió más allá de los resultados empíricos, aunque en su misma dirección, conjeturando, en la estimación teórica, valores más extremos que los empíricos recién observados. Obsérvese, en fin, que en la mayoría de las experiencias (un total de 21) de la 1ª a la 2ª ocasión no se dieron cambios en el juicio de probabilidad teórica emitido por los sujetos.

## Discusión

Los niños toman el juego con más seriedad que los adultos, con enorme seriedad. Planteada la investigación en un contexto lúdico, cabe asegurar que los tres sujetos entraron en la situación experimental, una y otra vez, en las diferentes sesiones, en las distintas experiencias de cada serie, intensamente comprometidos en la actividad y viviendo la situación con gran realismo. Puesto que, por otra parte, los sujetos manifestaron una captación de la probabilidad propia ya de adultos, del estadio tercero piagetiano, añadiremos, pues, que, en condiciones de realismo experimental, la investigación ha permitido aprehender algunos aspectos de los determinantes de las expectativas con que los adultos —no instruidos en una enseñanza formal de la teoría matemática de la probabilidad— afrontan secuencias de eventos aleatorios.

El interés por estudiar esas expectativas a lo largo de series bastante extensas obligó a trabajar con pocos sujetos, nada más con tres. Las conclusiones sólo pueden ser generalizadas con extrema cautela y, como ocurre en las investigaciones de sujeto único, aparecen más sólidas allí donde refutan que allí donde positivamente pretendan establecer o consolidar hipótesis.

Habida cuenta de esa limitación en el número de sujetos, resulta difícil afirmar que la hipótesis principal formal del estudio haya quedado de veras y en todo rigor confirmada, pero sí, al menos, cabe comentar que sale apoyada por los resultados. Suponíamos que, a medida que en el proceso

evolutivo el individuo desarrolla esquemas formales lógico-matemáticos, sus expectativas ante fenómenos aleatorios estarán crecientemente configuradas por dichos esquemas y no sólo por acontecimientos empíricos de la misma clase recién sucedidos. Es un hecho emergente en la tabla 3. El único valor de correlación que se separa netamente de los demás es el de 0,38, de D, entre la apuesta o predicción empírica y su propia estimación teórica. En D, el más pequeño de los tres sujetos, evolutivamente recién ingresado en el tercer estadio piagetiano, a la hora de predecir hechos aleatorios, cuentan mucho más sus observaciones empíricas o también las informaciones proporcionadas por el adulto acerca de la probabilidad, que no sus esquemas teórico-formales, sin duda no muy firmes todavía.

El nivel de dificultad, en cambio, según se desprende de otro apartado de la misma tabla 3, no parece influir decisivamente en que pese más o menos, ya la expectativa empírica, ya el esquema teórico propio, ya la información autorizada del adulto. Todo sucede como si, una vez establecida la estructura lógico-matemática general de los esquemas de la probabilidad, y en la medida en que dicha estructura se halla realmente establecida, ésta rigiera por igual ante eventos aleatorios de intelección fácil, para los que el sujeto cuenta con apropiados esquemas concretos, y ante eventos difíciles, para los que no dispone de esquemas apropiados, sino sólo de intuitivas y no razonadas conjeturas. Estas intuiciones pueden ser meramente conjeturales; pero sobre base intuitiva los sujetos parecen predecir, apostar, con iguales parámetros que cuando lo hacen sobre la solidez racional de esquemas de probabilidad que comprenden y razonan correctamente. El examen conjunto de los datos de la tabla 3 b) y de la tabla 1 b), relativos todos al nivel de dificultad de las diversas pruebas, muestra que esta dificultad, mientras influye en los errores de las estimaciones teóricas (tabla 1), en cambio no parece influir en la confianza que los sujetos ponen en esas estimaciones para calibrar de acuerdo con ellas y efectuar sus apuestas o predicciones empíricas (al menos, si medimos esa confianza en términos correlacionales, como los de la tabla 3).

Con independencia del nivel de dificultad, y también del nivel evolutivo de los sujetos, las correlaciones de las predicciones o apuestas empíricas con los acontecimientos empíricos anteriormente producidos (cfr. tabla 3) son sin excepción muy elevadas y relativamente estables, superiores siempre a 0,80, muchas veces a 0,90; se elevan, además, de la 2ª ocasión a la 3ª, salvo para D. Qué ha sucedido en ocasiones anteriores determina poderosamente lo que los sujetos creen que ocurrirá en la próxima ocasión de una misma experiencia aleatoria. Estos valores de correlación referidos a sujetos acaso son interpretables como parámetros personales con que los individuos apuestan y predicen acontecimientos empíricos inciertos. Concretamente consistirían en esquemas cognitivos del sujeto en cuanto «estadístico intuitivo», parámetros y esquemas que definirían su modo personal de afrontar la aleatoriedad, el azar sujeto a leyes de probabilidad.

Qué ha sucedido en anteriores ocasiones determina decisivamente también las estimaciones teóricas mismas, el juicio que los sujetos emiten acerca de lo que debería suceder, es decir, determina la elaboración de los esquemas lógico-matemáticos relativos a la probabilidad. Así aparece claro en la tabla 4, donde se analiza el sentido del cambio en las expectativas o estimaciones teóricas de los sujetos, cuando hubo tal cambio de la 1ª ocasión a la 2ª. Todos los cambios producidos proceden en el sentido de los acontecimientos empíricos antes observados, casi siempre quedando en valores intermedios entre el de este acontecimiento y la predicción teórica anterior, dos veces, por parte de D, en valores más extremos que los em-

píricos, pero nunca en dirección contraria a éstos. La clara dirección de estos resultados apoya a la tesis de Piaget (1970) de que en la génesis de esquemas cognitivos formales, de probabilidad aleatoria en este caso, intervienen conocimientos empíricos, observaciones y preceptos acerca del curso real de los acontecimientos en el mundo. También indica que, dentro de cada evento, hubo efectivamente aprendizaje, modificación de esquemas teóricos de probabilidad a partir de las lecciones de la experiencia.

En cambio, no han podido apreciarse efectos de generalización del aprendizaje. Es verdad que los sujetos aprendieron, modificaron su apuesta o predicción empírica (tabla 3) y sus esquemas de probabilidad (tabla 4) a partir de la experiencia de ocasiones anteriores dentro de un mismo tipo de prueba. Pero no aprendieron de unas pruebas para otras; la experiencia en una clase de eventos aleatorios no mejoró ni la predicción empírica, ni la estimación teórica en otras clases de eventos (cfr. tabla 1). Los resultados, desde luego, no permiten refutar la hipótesis de que con otras series de pruebas, o en otro orden de pruebas o de series, pueda realmente producirse esta clase de aprendizaje generalizador. Tal hipótesis sería más conforme con una psicología conductista del aprendizaje y del desarrollo, una psicología que destaca la continuidad en uno y otro, y que es remisa a la categorización del desarrollo en estadios evolutivos. No es una idea descartada por los datos, que, sin embargo, encajan mejor en la hipótesis adversaria, en términos de etapas o estadios, como entiende la teoría de Piaget. En esta teoría se resaltan las discontinuidades de un estadio a otro y las continuidades dentro de cada estadio. Con ello no se niega, naturalmente, pero sí se reduce la posibilidad de aprendizaje y de transferencia o generalización dentro de un determinado estadio. Situados los tres sujetos del estudio ya en el tercer estadio piagetiano de intelección de la probabilidad, la extensa experiencia de eventos aleatorios no se habría mostrado capaz de producir mejoras cualitativas en esa intelección.

Dejando muy claro que se trata de una conclusión altamente conjetural, sugerida por los datos de las tablas 2 y 3, pero necesitada de comprobación con amplias muestras de personas en diferentes momentos evolutivos, cabe señalar la posible existencia —y relativa estabilidad, pues a falta de ésta carece de sentido su identificación— de parámetros individuales cuantificables de estimación de la probabilidad, y de expectativas y apuestas ante hechos aleatorios. Dichos parámetros, pertinentes al modo de afrontar acontecimientos aleatorios, caso de confirmarse su existencia y su relativa estabilidad, contribuirían a dar un contenido bien concreto a la idea de Morin (1980; ed. cast. 1983, pág. 266) de que la teoría de los juegos constituye el primer surgimiento del paradigma del sujeto en la ciencia occidental moderna; y, desde luego, habrían de ser consideradas como verdaderas dimensiones cognitivas de personalidad, cuya asociación, covariación y relaciones de determinación con otras dimensiones personales, cognitivas, afectivas, motivacionales, estilísticas, y de conducta adaptativa, habría que examinar luego en un extenso programa de investigación.

## Resumen

*La investigación explora la capacidad de tres escolares, de ocho a once años, para efectuar estimaciones de probabilidad de eventos aleatorios, y la conducta suya de predecir los resultados reales en estos mismos eventos, a lo largo de una secuencia de 21 experiencias, repetidas cada una tres veces. Se comparan de manera sistemática las estimaciones estadísticas subjetivas, la probabilidad estadística objetiva, la predicción empírica de los sujetos y los resultados reales de eventos aleatorios en ocasiones anteriores. El niño más pequeño realizó sus predicciones sobre la base de los resultados reales anteriores más que sobre la base de sus propias estimaciones de la probabilidad, mientras los dos mayores las realizaron por igual sobre una y otra base.*

# Summary

Three subjects in scholar age, between 8 and 11 years-old, have been studied in their capacity of assessing the statistical probability in aleatory events and in their behaviour of predicting the real outcomes in these events, along a sequence of 21 experiences, 3 times repeated. The subjective statistical estimates, the objective statistical probability, the empirical prediction of subjects and the real outcome of aleatory events in preceding occasion are systematically compared. The results show that the younger subject made his predictions on the basis of preceding outcomes more than on the basis of his estimates of probabilities, while the other older subjects made them equally on either basis. They also suggest the presence of individual parameters of decision under risk.

# Résumé

Trois enfants (8 à 11 années) ont été investigés dans sa capacité d'évaluer la probabilité statistique événements aléatoires et dans sa conduite prédire les résultats réels de tels événements au long d'une séquence de 21 expériences, 3 fois répétées. L'étude a comparé en façon systématique l'évaluation subjective de la probabilité, la probabilité objective, la prédiction empirique des sujets et les résultats réels des événements aléatoires dans les antérieurs occasions. Les plus petit fit ses prédictions sur la base de tels résultats réels antérieurs plus que sur la base de ses propres évaluations de la probabilité, tandis que les autres deux sujets plus âgés firent leurs prédictions également sur l'une et l'autre base.

# Referencias

- ARNAU, J., y FERNANDEZ TEIXIDO, M. T. «Aprendizaje de probabilidades». *Anuario de Psicología*, 1978, 2, 59-77.
- ATKINSON, J. W. «Motivational determinants of risk-taking behavior». *Psychological Review*, 1957, 359-372.
- *An introduction to motivation*. Princeton, N. J.: Van Nostrand, 1964.
- ATKINSON, J. W., y CARTWRIGHT, D. «Some neglected variables in contemporary conceptions of decision and performance». *Psychological Reports*, 1964, 14, 575-590.
- BONEAU, C. A. «Paradigm regained? Cognitive behaviorism restated». *American Psychologist*, 1974, 297-309.
- EDWARDS, W. K. «The theory of decision making». *Psychological Bulletin*, 1954, 380-417.
- «Dynamic decision theory and probabilistic information processing». *Human Factors*, 1962, 59-73.
- ESTES, W. K. «Probability learning». en A. W. Melton (ed.): *Categories of human learning*. Nueva York: Academic Press, 1964.
- «Research and theory on probability learning». *Journal of American statistical Association*, 1972, 67, 81-102.
- FINETTI, B. de «The value of studying subjective evaluations of probability», en C. A. S. Stäel von Holstein (ed.): *The concept of probability in psychological experiments*. Dordrecht, Holanda: D. Reidel, 1974.
- HUTEAU, M., y RAJCHENBACH, F. «Hétérogénéité du niveau de développement opératoire et dépendance-indépendance à l'égard du champ». *Enfance*, 1978, 4-5, 181-195.
- KAHNEMAN, D., y TVERSKY, A. «On the study of statistical intuitions». *Cognition*, 1982, 11, 123-141.
- LICHTENSTEIN, S.; FISCHHOFF, B., y PHILLIPS, L. D. «Calibration of probabilities», en D. Kahneman, P. Slovic y A. Tversky (eds.): *Judgement under uncertainty: heuristics and biases*. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1982.
- MESSICK, D. M. «Learning probabilities of events: a discussion», en G. de Zeeuw, C. A. J. Vlek y W. A. Wagenaar (eds.): *Proceedings of the second Research Conference on Subjective Probability*. *Acta Psychologica*, 1970, 34.
- MORIN, E. *La méthode*, vol. 2: *La vie de la Vie*. París: Seuil, 1980. (*El método*, vol. 2: *La vida de la Vida*. Madrid: Cátedra, 1983.)
- NISBETT, R., y ROSS, L. *Human inference: Strategies and shortcomings of social judgement*. Englewood Cliffs, N. J.: Prentice-Hall, 1980.
- PASCUAL-LEONE, J. *Cognitive development and cognitive style: a general psychological integration*. Tesis. Universidad de Ginebra, 1969.
- PETERSON, C. R., y BEACH, L. R. «Man as an intuitive statistician». *Psychological Bulletin*, 1967, 68, 29-46.
- PIAGET, J. *Psychologie et épistémologie*. París: Gonthier, 1970. (*Psicología y epistemología*. Esplugas/Barcelona: Ariel, 1971.)
- PIAGET, J., e INHELDER, B. *La genèse de l'idée du hasard chez l'enfant*. París: P. U. F., 1951.
- PROKASY, W. F. (ed.). *Classical conditioning*. Nueva York: Appleton, 1965.
- RESCORLA, R. A. «Informational variables in pavlovian conditioning», en G. A. Bower (ed.): *The Psychology of learning and motivation*, vol. 6. Nueva York: Academic Press, 1972.
- ROTTER, J. B. «An introduction to social learning theory», en J. B. Rotter, J. E. Chance y E. J. Phares: *Applications of social learning theory of personality*. Nueva York: Holt, Rinehart y Winston, 1972.
- TOLMAN, E. C. «A psychological model», en T. Parsons y E. A. Shils (eds.): *Toward a general theory of action*. Cambridge: Harvard University Press, 1967 (1ª ed.: 1951).
- «Principles of purposive behavior», en S. Koch (ed.): *Psychology: A study of a science*, vol. II. Nueva York: McGraw-Hill, 1959.
- VLEK, C. A. J. «Learning probabilities of events», en G. de Zeeuw, C. A. J. Vlek y W. A. Wagenaar (eds.): *Proceedings of the second Research Conference on Subjective Probability*. *Acta Psychologica*, 1970, 34.
- ZEEUW, G. de, y WAGENAAR, W. A. «Are subjective probabilities?», en C. A. S. Stäel von Holstein (ed.): *The concept of probability in psychological experiments*. Dordrecht (Holanda): D. Reidel, 1974.

APENDICE

Experiencias de la secuencia experimental

| Experiencia  | Número de veces | ¿Cuántas veces saldrá?           |
|--|-----------------|----------------------------------|
| <b>E N S A Y O</b>   |                 |                                  |
| <b>1. Serie monedas al aire</b>  |                 |                                  |
| 1.1 .....Una moneda  | 20              | Cara                             |
| 1.2 .....Dos monedas   | 20              | Una cara y otra cruz             |
| 1.3 .....Tres monedas  | 20              | Las tres caras ó las tres cruces |
| <b>B L O Q U E 1º</b>  |                 |                                  |
| 1.4 .....Cuatro monedas  | 20              | Dos caras y dos cruces           |
| 1.5 .....Cuatro monedas  | 20              | Tres caras y una cruz            |
| 1.6 .....Cinco monedas   | 25              | Tres caras y dos cruces          |
| 1.7 .....Cinco monedas   | 25              | Cuatro caras ó cuatro cruces     |
| <b>2. Serie dados</b>  |                 |                                  |
| 2.1 .....Un dado   | 30              | El número 5                      |
| 2.2 .....Dos dados   | 30              | El mismo número                  |
| 2.3 .....Dos dados   | 30              | Qué suma saldrá más veces        |
| <b>B L O Q U E 2º</b>  |                 |                                  |
| 2.4 .....Tres dados  | 30              | Qué suma saldrá más veces        |
| 2.5 .....Cuatro dados  | 30              | Qué suma saldrá más veces        |
| 2.6 .....Dos dados   | 36              | La suma 7                        |
| 2.7 .....Tres dados  | 36              | La suma 10 u 11                  |
| <b>3. Serie fichas (con sustitución)</b>                                 |                 |                                  |
| 3.1 .....Tres colores sacando una ficha cada vez                         | 30              | Un determinado color             |
| 3.2 .....Dos colores (cinco de cada) sacando cada vez dos fichas         | 36              | Las dos del mismo color          |
| 3.3 .....Dos colores (cinco de cada), sacando tres fichas cada vez       | 36              | Las tres del mismo color         |
| <b>B L O Q U E 3º</b>  |                 |                                  |
| 3.4 .....Dos colores (cinco de cada), sacando tres fichas cada vez       | 36              | Dos de un color                  |
| 3.5 .....Tres colores (cuatro de cada), sacando dos fichas cada vez      | 33              | Dos del mismo color              |
| 3.6 .....Cuatro colores (cuatro de cada), sacando dos fichas cada vez    | 30              | Dos del mismo color              |
| 3.7 .....Cuatro colores (cuatro de cada), sacando cuatro fichas cada vez | 35              | Dos de un color y dos de otro    |
| <b>4. Serie lotería o bingo (con sustitución)</b>                        |                 |                                  |
| 4.1 .....Saca una bola   | 40              | Número terminado en 0            |
| 4.2 .....Sacar una bola  | 30              | Número terminado en 0 o en 5     |
| 4.3 .....Sacar una bola  | 30              | Número par o terminado en 5      |