ANALÚCIA D. SCHLIEMANN
Tufts University

RAZONAMIENTO LOGICO-MATEMÁTICO EN CONTEXTOS SOCIOCULTURALES*

Los estudios sobre cognición en la vida cotidiana (Carraher, Carraher & Schliemann, 1985; Lave, 1988; Nunes, Schliemann & Carraher, 1993; Scribner, 1984, 1986; Saxe, 1991) y sobre desarrollo cognitivo (Ceci y Bronfenbrenner, 1985; Donaldson, 1978; Light, Buckingham & Robbins, 1979; McGarrigle & Donaldson, 1974) muestran que cuando se presentan tareas que se suponen estructuralmente similares, en contextos diferenciados, el mismo sujeto las aborda de distintas maneras y obtiene tasas diferenciadas de éxito. Para algunos, estos resultados refutan la descripción del pensamiento y del desarrollo como estructuras lógicas de carácter general; para muchos, demuestran que los contextos socioculturales son un componente intrínseco del desempeño cognitivo. Estos desarrollos impulsaron la adopción de los puntos de vista socioculturales sobre el desarrollo y el aprendizaje (Laboratory of Comparative Human Cognition, 1983) y llevaron a concebir las funciones cognitivas como "cognición situada" (Brown, Collins & Duguid, 1989), "cognición compartida" (Resnick, Levine & Teasley, 1991), o "cognición distribuida" (Hutchins, 1993) y a describir el desarrollo y el aprendizaje como la "creación de comunidades de práctica a través de una legítima participación de tipo periférico" (Lave & Wenger, 1991), como "aprendizaje a través de participación guiada" (Rogoff, 1990) y como "construcción social de respuestas" (Perret-Clermont, Perret & Bell, 1991).

Estas nuevas perspectivas, no solo cuestionaron la idea de las estructuras cognitivas generales, sino que, igualmente trasladaron el foco del análisis del estudio de los procesos individuales de construcción de conocimiento al estudio de la actividad socialmente situada. Aunque tales enfoques de la cognición situada, proveen comprensiones extremadamente relevantes para analizar el aprendizaje y el desarrollo, tienden a reducir y aún a ignorar, tanto las contribuciones y construcciones individuales, como el análisis de las características lógico-matemáticas de los procesos de razonamiento que resultan de diferentes niveles de participación en actividades socioculturales.

Efectivamente, si se toma aisladamente cualquiera de los enfoques constructivistas, con orígenes en la teoría Piagetiana sobre el desarrollo cognitivo, o cualquier perspectiva extrema socio-interaccionista, con raíces en el trabajo de Vygotsky, las dos perspectivas tienden a centrarse en aspectos parciales del conocimiento y del aprendizaje, que parecen fundamentar exclusivamente sus respectivas afirmaciones. Desde nuestro punto de vista, para entender mejor cómo aprenden y se desarrollan las personas mientras participan en actividades socioculturales específicas, es necesario tener en cuenta tanto las contribuciones individuales, como las socioculturales. Hatano & Inagaki (1992), Resnick (1994) y Vergnaud (1987), entre otros, han hecho afirmaciones similares y los últimos desarrollos de la teoría de Piaget pueden ayudar a entender cómo lograrlo.

Piaget reconoció la importancia de los con-

* Traducido por Mauricio Andrés Parra Vásquez. Traducción revisada por Mariela Orozco Hormaza. Department of Education. Lincoln-filene Center. Tuffts university. medford, MA 02155, USA. Tel.: 617-628-5000 Ext. 2398 (w) o 508-470-4948 (h). Fax: 617-627-3901. E-mail: aschliem@tufts.edu. A editar en: Aprendizaje e Instrucción.

textos en los cuales la cognición se lleva a cabo, cuando admitió que "lo mejor es probar a los jóvenes en un campo relevante a su carrera e intereses" (Piaget, 1972, p. 1). Planteó que los carpinteros, cerrajeros y mecánicos, con educación formal limitada, podrían mostrar un buen razonamiento formal en tareas relacionadas con su campo de experiencia, mientras fallaban en las tareas de tipo escolar, sobre operaciones formales, que analizó en sus estudios. Más recientemente, Piaget & García (1991) revisaron la concepción piagetiana de la lógica como reglas de razonamiento, de propósito general y propusieron que el conocimiento lógico-matemático tiene su fundamentación en una lógica de significados, íntimamente vinculada con las propiedades específicas de los objetos y situaciones que los niños manejan, por oposición a una lógica extensional que sería general e independiente de las propiedades específicas del contenido. Esta lógica de significados implica lazos inferenciales y con la actividad creciente, se puede volver general, sistémica y estructural. Sin embargo, los lazos inferenciales son inicialmente locales y específicos.

La visión de Piaget y García (1991) sobre el desarrollo del razonamiento lógico-matemático de los niños, parece ser, igualmente, una buena descripción de la manera como el razonamiento lógico-matemático individual surge de experiencias en contextos socioculturales específicos. La investigación sobre las matemáticas cotidianas muestra que la construcción del conocimiento matemático en contextos específicos tiene sus fundamentos en el uso de reglas y propiedades matemáticas como instrumentos para lograr objetivos específicos (Nunes, 1993; Nunes, Schliemann & Carraher, 1993; Resnick, 1987; Schliemann, 1995; Schliemann & Carraher, 1992). La comprensión de esas reglas y propiedades se expresa en procedimientos de solución de problemas, que inicialmente están intrínsecamente ligados con los referentes físicos y con los significados socioculturales de las situaciones en las cuales uno participa. Sin embargo, como trataremos de mostrar, los procedimientos matemáticos contextualizados son lógicamente consistentes e implican lazos inferenciales que, con el aumento de actividad, a medida que el sujeto busca coherencia, pueden volverse sistemáticos y generales.

El propósito de este artículo es extender el punto de vista de Piaget & García al análisis del conocimiento matemático, que se desarrolla en actividades cotidianas de trabajo. En primer lugar, intentaré volver a analizar datos sobre la comprensión de la proporcionalidad, obtenidos en actividades de compra y venta. En la segunda parte del artículo, intentaremos mostrar - a través de la discusión de una entrevista con un sujeto adulto, con escolaridad restringida, mientras trata de dar sentido a un gráfico - cómo se logra la comprensión a través de la atribución de significados al gráfico con base en deseos, opiniones y conocimientos personales sobre la situación y de la búsqueda de coherencia lógica. Con este enfoque espero considerar, tanto el análisis de la construcción individual de la comprensión lógico-matemática de carácter general, como los aspectos socioculturales y situacionales del aprendizaje.

La proporcionalidad: desde las herramientas para resolver problemas en situaciones específicas hasta las estructuras lógico-matemáticas generales

Los vendedores de la calle, con escolaridad restringida, rutinariamente resuelven problemas aritméticos en los cuales usan el precio unitario para calcular el precio de muchos elementos que venden al consumidor. A menudo lo hacen, utilizando adiciones sucesivas del precio unitario (Carraher, Carraher & Schliemann, 1985; Nunes, Schliemann & Carraher, 1993). Su procedimiento de adición repetida, preserva claramente la referencia a las cantidades físicas (número de elementos y precio), involucradas en el problema. Esto les permite monitorear sus pasos de cálculo y, al mismo tiempo, demostrar al cliente que la cantidad que cobran al final, es el precio correcto. Así, las estrategias de cómputo de los vendedores de la calle constituyen aproximaciones específicas, íntimamente vinculadas con el significado y con los objetivos de la situación actual, con números que siempre se utilizan en conexión con sus referentes físicos.

Parece que las adiciones repetidas encajan en la descripción de Vergnaud (1982) sobre el enfoque *escalar* de los problemas de proporcionalidad, por oposición al enfoque *funcional*. En el enfoque escalar, utilizada por los vendedores de la calle, cada variable permanece independiente de la otra y las transformaciones paralelas que mantienen la relación proporcional se llevan a cabo en las dos, indicando claramente, si las transformaciones se refieren al precio de los elementos o a los elementos que son vendidos, como en el siguiente ejemplo de un estudio desarrollado por Nunes, Schliemann & Carraher (1990, ver también Schliemann & Carraher, 1992):

Sujeto: André, un vendedor de la calle, de 12 años de edad, que vende 'palomitas de maíz', desde que tenía 6 años.

E: 10 gomas de mascar cuestan 3 cruzeiros (la unidad monetaria Brasileña, en el momento del estudio). Con 9 cruzeiros, cuántas gomas de mascar puedo conseguir?

A: 30. 10 gomas de mascar cuestan 3, 20 hacen 6, 30 hacen 9. Con 9 puedes comprar 30 gomas de mascar.

(De Schliemann & Carraher, 1992, p. 66).

El enfoque funcional, uno de los procedimientos favorecidos por la instrucción escolar para resolver problemas de proporcionalidad, se centra en la razón entre el valor inicial de las dos variables, aplicando esta razón para encontrar el valor desconocido en el par final, como lo ilustra el siguiente protocolo del mismo estudio:

Sujeto: Viviana, una estudiante de sexto grado, de 12 años de edad.

E: 10 gomas de mascar cuestan 3 cruzeiros. Con 9 cruzeiros, cuántas gomas de mascar compro?

V: 3.

E: Por qué?

V: Oh, no, espere un minuto, 10 gomas de mascar cuestan 3 cruzeiros (pausa), 30.

E: Por qué 30?

V: 3 veces 10 igual 30.

E: Correcto, pero por qué escogiste 3 veces 10?

V: Porque 9 es igual a 3 veces 3 cruzeiros.

(De Schliemann & Carraher, 1992, p. 66).

Las transformaciones sucesivas en la solución escalar, de los vendedores de la calle, se basan en la relación multiplicativa entre dos variables y en la comprensión de las relaciones proporcionales pues, por cada incremento de 10 gomas de mascar en la variable número de elementos, se agregan tres cruzeiros a la variable precio. Sin embargo, el fuerte lazo de los números y de las transformaciones aritméticas con los referentes físicos, con las transformaciones sobre cantidades físicas y con el significado de la situación, parece imponer límites a la habilidad de los vendedores de la calle para resolver problemas y para descubrir los aspectos de las relaciones proporcionales que no son relevantes a sus objetivos (Schliemann & Carraher, 1992; Schliemann, 1995). Por ejemplo, cuando la relación entre precio y número de elementos (la relación funcional) es más fácil de trabajar que la relación entre las cantidades iniciales y finales (la relación escalar), los vendedores de la calle persisten en usar la estrategia escalar, aún cuando esto requiera cómputos más engorrosos, como en el siguiente ejemplo:

Sujeto: Flávio, un vendedor de helados de 13 años que lleva dos años y medio vendiendo.

E: 3 lápices cuestan 9 cruzeiros. Con 21 cruzeiros, cuántos lápices puedo comprar?

F: 3 lápices es 9 cruzeiros, 6 es 18. Un lápiz es 3 cruzeiros. 18 a 21 es 3. 6 más 1 es 7. 7 lápices cuestan 21 cruzeiros.

(De Schliemann & Carraher, 1992, p. 68).

Igualmente, si la cantidad inicial es mayor que la cantidad final, las estrategias de los vendedores de la calle están en clara desventaja cuando se las compara con las de los niños de la escuela. El siguiente ejemplo ilustra las dificultades de un vendedor de la calle, cuando se le pide calcular el precio de una cantidad más pequeña a partir del precio de una cantidad mayor:

Sujeto: Carlos, un vendedor de chocolates de 13 años de edad.

E: 21 chocolates cuestan 9 cruzeiros. Cuántos chocolates puedo comprar con 3 cruzeiros?

S: (después de una pausa y de contar sus dedos) 9 chocolates.

E: Mientras estabas resolviéndolo, estabas pensando. Cuéntame ahora sobre qué estabas pensando.

C: 9 más 3 hacen 12, 21 menos 12 hacen 9.

(De Schliemann & Carraher, 1992, p. 67).

Otro ejemplo de las limitaciones en los procedimientos de cómputo de los muchachos que venden en la calle, está relacionado con la comprensión de la multiplicación como una operación conmutativa. La incapacidad de los sujetos no escolarizados para reconocer la ley conmutativa de la multiplicación, fue descrita por Pettito y Ginsburg (1982) en sastres y comerciantes de ropa Dioula. En los problemas de adición y sustracción, los sujetos fácilmente podían usar la asociatividad y la conmutatividad mientras los resolvían y sus respuestas casi siempre fueron aproximadamente correctas; sin embargo, en los de multiplicación, por ejemplo, resolvían el problema 100 x 6, adicionando 6 veces 100, pero no aceptaban que el mismo resultado aplicaba al cómputo de 6 x 100.

Más recientemente, Schliemann, Araujo, Cassundé, Macedo y Nicéas (en prensa) analizaron el uso de la propiedad conmutativa para solucionar problemas de multiplicación en niños que aprenden a multiplicar en la escuela y muchachos que venden en la calle y resuelven los problemas de multiplicación a través de la adición repetida. Sus sujetos fueron vendedores de la calle brasileños, que no asisten regularmente a la escuela, quienes habían recibido ninguna o muy poca instrucción escolar sobre la multiplicación, y niños brasileños, de primero a tercer grado escolar, que reciben instrucción escolar sobre la multiplicación desde segundo grado.

Se les pidió a los sujetos resolver individualmente y en voz alta, pares de problemas verbales en los cuales tenían que calcular el precio de una cierta cantidad de chocolates basándose en el precio unitario. Los siguientes ejemplos permiten ilustrar los problemas:

Tipo 1: Un chico quiere comprar chocolates. Cada chocolate cuesta 5 cruzeiros. Quiere comprar 3 chocolates. Cuánto dinero necesita?

Tipo 2: Otro chico quiere comprar un tipo de chocolate y cada uno cuesta 3 cruzeiros. Quiere comprar 5 chocolates. Cuánto dinero necesita?

Después de resolver un problema tipo 1 (en el cual, el número mayor denotaba el precio de un elemento y el menor, el número de elementos a comprar), se presentó el problema correspondiente al tipo 2 (con el número menor referido al precio y el mayor, al número de elementos) y se preguntó a los sujetos, si sabían la respuesta sin hacer cómputo alguno. Si el niño fallaba en hallar la respuesta basándose en su respuesta al problema previo, se le pedía proceder con el cómputo. En los dos problemas, se pidió a los sujetos que justificaran sus respuestas y explicaran sus procedimientos de cómputo. En un segundo estudio, con grupos de niños similares, se les dieron pares similares de problemas, pero la diferencia entre los números que denotaban el precio y el número de elementos en cada par, fue mayor. Por ejemplo, en uno de los pares, el costo de los chocolates en el problema 1 era de 50 cruzeiros y el número de chocolates, 3. Para el problema correspondiente al tipo 2, el precio de un chocolate era de 3 cruzeiros y el número de chocolates, 50.

Se encontró que a los vendedores de la calle, con poca escolaridad, les parece inapropiado agregar el número de elementos tantas veces como el precio de cada uno, para encontrar el precio total. Por lo tanto, solamente unos pocos hacen uso de la conmutatividad. Esto sucedió con mayor probabilidad, cuando el problema presentaba una clara reducción en el número de pasos de cómputo necesarios para alcanzar la solución, como fue el caso en el segundo estudio, cuando tenían algún conocimiento escolar sobre la multiplicación, aunque no lo usaran. Teniendo en cuenta los objetivos socialmente situados de sus procedimientos de cómputo, la utilización de la conmutatividad, como un método abreviado, no les suministra demostración directa de haber obtenido el precio correcto. Así, parece que, mientras los ambientes socioculturales, en los cuales los vendedores de la calle resuelven problemas, les permiten desarrollar una comprensión matemática y procedimientos de cómputo significativos, los lazos inferenciales que desarrollan están parcial e intrínsecamente ligados con los objetivos de la situación que tratan.

Sin embargo, las estrategias cotidianas de cómputo de los vendedores de mayor edad o más experimentados, pueden llegar a ser más flexibles y se pueden entender como parte de una estructura lógico-matemática general que se adecúa a los problemas en contextos diferenciados. Schliemann y Nunes (1990), en un estudio sobre las matemáticas de los pescadores en el noreste de Brasil, mostraron que pescadores, no escolarizados, que calcularon el precio de un cierto número de elementos a través de la adición repetida del precio de uno de los elementos que venden, fueron capaces de invertir sus procedimientos y calcular el precio de un elemento, dado el precio de muchos. Mas aún, fueron igualmente capaces de transferir sus procedimientos para resolver problemas de proporcionalidad que relacionan la cantidad de comida marina procesada y no procesada, una relación a la cual sus actividades están referidas, pero en las cuales nunca ocurren cálculos.

Schliemann y Magalhães (1990; ver también Schliemann & Carraher, 1992) proporcionan mayor evidencia sobre la generalidad de las estrategias cotidianas para resolver problemas de proporcionalidad. Los participantes de su estudio fueron cocineras matriculadas en una clase de alfabetización para adultos. Se les pidió resolver tres series de problemas de proporcionalidad y de valor faltante, que se presentaron en tres órdenes diferenciados. Los problemas involucraban cantidades relativas a dos contextos, que eran parte de su experiencia cotidiana (un contexto de venta y un contexto de cocina) y a uno, que les era desconocido y que estaba relacionado con una mezcla de ingredientes farmacéuticos. En sus actividades cotidianas, estas cocineras acostumbraban a calcular con precisión los precios de los elementos que compraban, pero, en la cocina, mientras decidían la cantidad de ingredientes a usar en una receta, preferían usar cantidades aproximadas. Los resultados de las tres series de problemas mostraron que casi siempre los problemas de precio fueron resueltos correctamente, sin tener en cuenta el orden de presentación; en cambio, las respuestas precisas fueron escasas, en los de las recetas y las fórmulas médicas, cuando uno de los dos era el primer problema a resolver. En los problemas de recetas, los resultados fueron sorprendentemente diferentes, cuando se presentaron después que los sujetos resolvieron los problemas de dinero: el porcentaje de respuestas correctas pasó del 18% al 61%. En contraste, el porcentaje de respuestas correctas a los problemas de medicina permaneció bajo (27%), cuando estos problemas se presentaban después de los problemas de dinero y precedían a los de las recetas. Solamente se obtuvo una diferencia significativa de respuestas correctas (62%), cuando los problemas de medicina se presentaron después de los de dinero y de los de las recetas.

Las respuestas de los pescadores y de las cocineras a los problemas de proporcionalidad, en contextos diferenciados, sugiere que el conocimiento sobre las relaciones proporcionales, que se desarrolla en situaciones cotidianas específicas, puede conducir al desarrollo de modelos generales o, en nuestro caso, a reconocer que las mismas relaciones y procedimientos lógico-matemáticos se pueden aplicar en diferentes situaciones. Sin embargo, parece que se requiere un cierto grado de experiencia con las nuevas situaciones. En nuestro estudio, el pescador tenía experiencia con razones entre cantidades de comida marina procesada y no procesada, y las cocineras tenían experiencia con las cantidades involucradas en las recetas. Esas experiencias les permiten reconocer que los problemas que involucran tales relaciones se pueden resolver a través de los mismos procedimientos de cálculo que usan para los problemas de precio. Pero esto no se logra fácilmente con las relaciones o situaciones desconocidas, en las cuales no tienen experiencia, como aquellas relacionadas con fórmulas médicas en el estudio de las cocineras.

Tomado como un todo, esta serie de resultados sobre solución de problemas de proporcionalidad por individuos con escolaridad restringida, sugiere que su comprensión de la proporcionalidad se desarrolla primero, como estrategias de cómputo destinadas a resolver problemas en contextos específicos y limitados. Como tales, sus estrategias están fuertemente vinculadas con los significados y objetivos de las situaciones particulares que tratan. Con el incremento de la práctica, pueden desarrollar una comprensión más completa de las relaciones proporcionales y detectar similitudes entre las diferentes situaciones, las cuales los llevan al reconocimiento de relaciones y procedimientos lógico-matemáticos como propiedades generales, que se podrían adecuar a muchos contextos diferenciados. Esta transición, desde el conocimiento cotidiano específico sobre las relaciones proporcionales, hasta el reconocimiento de un modelo general, que permite manejar relaciones proporcionales a través de contextos diferenciados, se ajusta al punto de vista de Piaget y García (1991) según el cual, el conocimiento lógico-matemático tiene su fundamentación en una lógica, que inicialmente esta íntimamente ligada con las propiedades específicas de los objetos y de las situaciones tratadas, pero que posteriormente, con el incremento de la actividad y de la práctica, llega a ser general y sistemática.

En la próxima sección intentaremos describir cómo nos movemos de los significados específicos hacia una comprensión general de las relaciones lógico-matemáticas.

Significados situados y coherencia lógica en la representación gráfica

Los gráficos son utilizados como sistemas simbólicos convencionales para representar ciertos aspectos cuantitativos de cambios en eventos de la vida cotidiana. Las convenciones adoptadas en una representación gráfica, aunque arbitrarias (por ejemplo, los cambios en los ingresos se pueden representar como una línea que va hacia arriba o hacia abajo, como columnas más cortas o más altas, o como áreas más pequeñas o más cortas), obedecen a un grupo de reglas coherentes que se deben seguir; de esta manera, los cambios en el gráfico son lógicamente coherentes con los cambios que se producen en los eventos (si el ingreso incrementa, la línea del gráfico irá hacia arriba, las columnas serán más altas, o el área será mayor; si el ingreso disminuye, la línea irá hacia abajo, la columna será más baja, o el área será menor). Así, la representación de un evento en un gráfico o la interpretación de los gráficos requiere, entre otros aspectos, adoptar un cierto grupo de reglas lógicas y convencionales y consistentemente ligadas con ellas, de tal manera que los cambios producidos en los eventos sean lógicamente consistentes con los cambios en la representación simbólica adoptada para el gráfico.

Investigaciones recientes sobre cómo niños y adolescentes llegan a comprender la información gráfica (Carraher, Nemirovsky y Schliemann, 1995; Monk & Nemirovsky, en prensa; Nemirovsky, 1994; Tierney, Nemirovsky, Wright & Ackerman, 1993) muestran que la experiencia previa, el conocimiento y las intuiciones de un individuo juegan un gran papel en la tarea de comprender la información de un gráfico, permitiendo que uno atribuya significados a la representación gráfica, sin recibir instrucción específica sobre cómo interceptar puntos en un espacio de dos dimensiones. Pero, cómo es posible que uno se mueva desde la atribución de significados, basados en experiencias y creencias previas, hasta la acumulación de información destinada a ser representada en el gráfico y a las reglas lógicas y convencionales adoptadas para su construcción?

A continuación intentaremos ejemplificar, en un proceso que involucra la búsqueda de coherencia lógica tanto individual como a través de la interacción social, cómo uno se mueve de las significaciones que exclusivamente consideran lo socio-cultural, hacia la comprensión de las propiedades generales lógico-matemáticas en la representación gráfica. Esto se logrará volviendo a analizar cómo intenta dar sentido a un gráfico mientras lo discute con el entrevistador, una mujer, con escolaridad restringida. (para un análisis más próximo que se centra en los diferentes aspectos del mismo dato, ver Carraher, Schliemann & Nemirovsky, 1995).

En Agosto 20 de 1994, el Jornal do Brasil, uno de los principales periódicos brasileños, publicó los resultados de varios meses de encuestas de opinión, concernientes a las elecciones presidenciales en el país, que se llevarían a cabo en Octubre de ese año. Los resultados se presentaron bajo el formato de gráficos de líneas, utilizando una línea de color diferente para cada candidato. El eje de la x presentaba las fechas de las encuestas y el de la y, el porcentaje de votos que le adjudicaban a los candidatos. En el lado derecho del gráfico, al final de la línea, aparecía una foto del rostro de cada candidato y a lo largo de cada línea, el porcentaje de los posibles votos por cada uno se presentaba en cada punto de la línea correspondiente a las fechas de las encuestas. Los dos candidatos que encabezaban las encuestas, muy por encima de los otros candidatos, eran Lula y Fernando Henrique. Los porcentajes de Lula, en las siete encuestas desde Marzo hasta Agosto (dos de ellas en Julio), eran 28, 35, 41, 36, 34, 30 y 27. Los porcentajes que correspondían a Fernando Henrique eran 7, 16, 17, 17, 20, 29 y 40. El progreso constante de la actuación de Fernando Henrique a través de los meses, culmina en Agosto, con una inversión completa de las posiciones relativas, que muchos aún desconocían: Lula ya no era el candidato favorito, como lo fue en los últimos cinco meses, y Fernando Henrique estaba por delante de él (40% vs. 27%).

Con el gráfico a la vista, entrevistamos a Zefinha, un miembro del personal de aseo de una Universidad Brasileña, quien tiene menos de tres años de escolaridad y no sabía que Lula, su candidato, no estaba adelante en las encuestas. En primer lugar, el entrevistador explicó a Zefinha que las líneas en el gráfico nos estaban diciendo por quien decía la gente que votaría y que cada línea representaba los votos que se asignaban a cada candidato. Así es como Zefinha reaccionó cuando se le pidió que contara lo que ella pensaba sobre lo que decían las líneas en el gráfico:

Entrevistador: ...¿Qué piensas de lo que están diciendo esas líneas?

Zefinha (sin mirar al gráfico): Están diciendo que Lula va a ganar.

I: Lo estamos elogiando, cierto?

Z: Si, yo también.

I: Ahora cuéntame, por qué piensas que las líneas dicen que él va a ganar?

Z: (de nuevo, no pone atención al gráfico): Porque no hay duda que él ganará.

Como puede verse, su interpretación inicial no toma en cuenta la información del gráfico, más bien, consiste en imponer su conocimiento y deseo previo sobre la situación. De acuerdo con esta primera interpretación, cuando el entrevistador le pidió que indicara en el gráfico lo que mostraba que Lula tenía más votos, ella miró a través de las líneas en el gráfico y señaló el final (27 y 28) de la línea de Lula. Al hacerlo, parecía que buscaba ciertas características del gráfico que apoyara coherentemente su punto de vista y se convirtieran en representación de lo que ella pensaba que era verdad.

Entonces, el entrevistador le pidió que hiciera comparaciones sistemáticas entre los resultados de Lula y los de Fernando Henrique, en cada fecha de las encuestas, así informaba a Zefinha que la comparación entre los dos candidatos, en cada uno de los puntos, en el tiempo, era relevante a la interpretación del gráfico. Zefinha siguió atentamente los números unidos en cada línea y comparó, en cada fecha, los resultados de los dos candidatos:

I: Cuando Lula tenía 28, dónde estaba Fernando Henrique?

Z: Fernando Henrique tenía 7.

I: Lula estaba muy por delante, verdad?

Z: Eso es lo que quiero, que él esté por delante.

I: Aquí (en la columna de Mayo) Lula cuánto tiene?

Z: Lula tiene 41.

I: Y Fernando Henrique?

Z: 17.

I: (Señalando a la primera fecha del eje de las x) Esto era en Marzo. ¿Ves? En el mes de Marzo Lula estaba por delante y Fernando Henrique, atrás. Y después? Por ejemplo, aquí (en Mayo), dónde está Lula?

Z: 41.

I: Se fue hacia arriba, ah? Ahora, Fernando Henrique estaba aquí (en Mayo).

Z: 17.

Cuando se discutieron la mayoría de las encuestas recientes, Zefinha tuvo que tener en cuenta datos que estaban en contra de su conocimiento previo sobre las encuestas y en contra de sus deseos. Pero aún no estaba lista para hacerlo y continuaba buscando las características específicas del gráfico que apoyarían su punto de vista:

I: Qué pasó aquí (señalando el número 34, correspondiente a la primera encuesta de Julio)? Lula tuvo aquí (en Mayo) 41. Qué sucedió con los votos que consiguió aquí (primera votación de Julio)?

Z: Subió a 34.

I: Perdió un poco?

Z: Si.

I: Pero aún está por delante?

Z: Pero aún está al frente; aún tiene 28 (la valoración de Lula en la encuesta de Marzo) y éste un 27 (la encuesta en Agosto).

I: 27.

Z: Y este 27 (en Agosto) es de Lula ... Y él (Fernando Henrique) tiene 40 (también en Agosto).

Consistentemente con su posición previa, según la cual, la línea total muestra qué tan bien va un candidato, ella parece insistir en interpretar los puntos en las líneas, como pertenecientes a un candidato: Lula tiene 28 desde Marzo, "y este 27 es de Lula ... y él (Fernando Henrique) tiene 40". Esta interpretación apoya coherentemente sus deseos y sería correcta si, por ejemplo, estuviéramos analizando un gráfico que muestre el número de goles acumulados por el equipo Brasileño en el último campeonato mundial de football, a través de diferentes partidos. Sin embargo, para las encuestas electorales, los únicos resultados que cuentan son los resultados finales. Veamos cómo Zefinha llegará a darse cuenta de esto, a medida que trata de seguir las orientaciones del entrevistador para centrarse en los resultados de Agosto, cuando Lula no está por delante en las encuestas:

I: (Señalando los resultados finales) Esto es en Agosto.

Z: En Agosto.

I: Ahora en Agosto, quién está al frente? Lula o Fernando Henrique?...

Z: En Agosto? (Zefinha explora el gráfico y vuelve a la línea superior) Fernando Henrique está aquí! (señalando una línea azul más clara en la parte inferior del gráfico).

De las comparaciones a través de los meses, parece que ahora ella acepta que los resultados finales son los únicos que realmente cuentan. En este caso, la comparación de las dos líneas, en Agosto, cuando la línea de Fernando Henrique aparece arriba de la de Lula, debería llevarla a una conclusión que contradice su conocimiento y deseo previo. En este punto de la entrevista, cuando se le pidió considerar los resultados de Agosto, cambió su punto de vista anterior y trató de encontrar en el gráfico otras características que resultaran lógicamente coherentes con su punto de vista sobre Lula como ganador. Sabía que las líneas más bajas indican actuaciones más pobres y mientras mantenía un análisis coherente de las líneas en el gráfico, buscó los datos de Fernando Henrique, como último recurso para apoyar su deseo. Así, es como reaccionó cuando el entrevistador le explicó que las líneas inferiores se referían a otros candidatos y que las dos líneas superiores era lo que importaba:

I: No vamos a mirar esas ahora. Aquí, en la parte inferior, tenemos a Amim, Quercia, y Brizola (los otros candidatos). No vamos a mirar esas ahora.

Z: (inspecciona cuidadosamente el gráfico): OK. Entonces, dónde está Lula?

I: Lula es la línea roja de arriba, aquí.

Z: La línea roja es Lula.

I: Y la única azul es de Fernando Henrique. Aquí (señalando los puntos finales de las líneas) es Agosto.

Z: Es el mes de Agosto.

I: Quien está a la cabeza?

Z: Está Lula. Oh no! (Con exasperación). Es Fernando Henrique?! No, pero no quiero que Fernando Henrique gane!

I: (Empáticamente) Pero cambiará de nuevo como antes.

Z: (Colocando mucha atención al hecho que la línea de Fernando Henrique termina más arriba que la de Lula) Porque por esta alineación es que Fernando Henrique está más arriba.

Aunque turbada por la situación, Zefinha decide mantener un punto de vista lógicamente coherente con lo qué está representado en el gráfico y concluye que Fernando Henrique está por delante de Lula. Entonces, se le pide explicar qué debía pasarle a Lula en Septiembre para ganar. Primero se centró en el significado de la situación y respondió que cada uno debería ir y trabajar para conseguir más votos para Lula. Entonces, explicó que desearía ver qué pasaría con el gráfico en el futuro, de tal manera que pudiera representar coherentemente los cambios deseados en la campaña electoral:

Z: Esta línea pequeña tiene que dar más votos, tiene que ir hacia arriba más números.

I: Así es. A dónde queremos llevarlo? Muéstrame.

Z: Queremos que vaya hacia arriba, así (trazando el segmento final del gráfico de Fernando Henrique).

I: Tiene que ir hacia arriba. Qué quieres que suceda con la línea de Fernando Henrique?

Z: Quiero que la línea de Fernando Henrique esté por debajo de esta (la de Lula).

El proceso que Zefinha llevó a cabo para interpretar el gráfico de acuerdo con las convenciones adoptadas en su construcción involucró, entre otros, aspectos socioculturales, interacciones sociales con el entrevistador, el uso de conocimiento previo sobre las relaciones y posiciones numéricas en el espacio y el conocimiento sobre la campaña electoral. Igualmente, involucró los procesos de razonamiento individual de Zefinha, en una búsqueda constante de coherencia lógica en cada uno de los pasos que la condujeron a la comprensión final de la información representada en el gráfico. Esto la llevó a dejar de lado sus primeras interpretaciones, profundamente ligadas con su participación en la campaña y al final, aún en contra de su deseo, a adoptar la única interpretación que era posible sostener lógicamente. El desarrollo de su comprensión sobre las propiedades lógico-matemáticas del gráfico parece fundamentarse en las propiedades específicas de los eventos que trata, o, en términos de Piaget y García (1991), en una lógica de significados. Pero aún en los primeros pasos de este desarrollo, ella manejaba lazos inferenciales y trataba de encontrar en el gráfico las características que coherentemente apoyarían su punto de vista. Así, a medida que exploraba las características del gráfico, su comprensión de las convenciones se vuelve parte de un todo estructural del cual se podía derivar deductivamente una conclusión sobre la tendencia reciente y futura de la campaña.

Conclusiones

Los estudios sobre la comprensión de la proporcionalidad sugieren que en el desarrollo del razonamiento lógico-matemático, a medida que las personas resuelven problemas en situaciones cotidianas, inicialmente aparecen estrategias de cómputo que permiten manejar situaciones específicas. Estas estrategias revelan la comprensión de propiedades y relaciones lógico-matemáticas, pero se centran principalmente en el significado de las situaciones en las cuales la solución de los problemas se lleva cabo, una característica que es consistente con la idea de Piaget y García (1991) sobre de una lógica de significados. Como tal, la comprensión inicial de las estructuras lógico-matemáticas generales de la que ellas forman parte, es parcial y específica. Con el incremento de la experiencia, una comprensión más completa se desarrolla y las propiedades generales de las estructuras matemáticas subyacentes a cómputos, que involucran relaciones de proporcionalidad en un contexto determinado, se pueden reconocer casi como las mismas, en otros contextos.

El estudio de caso sobre la comprensión de la representación gráfica muestra cómo, sin instrucción escolar formal sobre la interpretación de gráficos, uno puede llegar a comprender los eventos descritos en un gráfico. Esto se logra a través de un proceso de atribución de significados a las diferentes características de la representación sobre la base de deseos, opiniones y conocimientos personales sobre la situación. Sin embargo, a pesar de la fuerte implicación personal en la situación, a través del proceso aparece una búsqueda constante de coherencia lógica. Los lazos inferenciales iniciales, locales y específicos –en palabras de Piaget y García, la lógica inicial de significados– más tarde se vuelven generales, permitiendo al sujeto tener en cuenta los diferentes aspectos de la representación y de la situación como parte de una totalidad lógicamente coherente.

Con este nuevo análisis de los estudios sobre razonamiento matemático en contextos cotidianos, inspirados en los últimos desarrollos de la teoría de Piaget, espero haber contribuido a una mejor comprensión de la emergencia del conocimiento lógico-matemático, como una integración de los procesos de razonamiento individual y socio-cultural Ψ

Bibliografía

Brown, J. S., Collins, A., & Duguid, P. (1989). Situated cognition and the culture of learning. *Educational Researcher, 18*(1), 32-42.

Carraher, T. N., Carraher, D. W., & Schliemann, A. D. (1985). Mathematics in the streets and in schools. *British Journal of Developmental Psychology*, 3, 21-29.

Carraher, T.N., Carraher, D.W. & Schliemann, A.D. (1982). Na vida, dez; na escola, zero: os contextos culturais da aprendizagem da matemática. (The cultural context of mathematics learning.) *Cadernos de Pesquisa, 42*, 79-86.

Carraher, T.N. Schliemann, A.D. & Carraher, D.W. (1991) *En la Vida Diez, en la Escuela Cero*, México, Ed. Siglo Veinteuno.

Carraher, D. W., Schliemann, A. D. & Nemirovsky, R. (1995). Understanding graphs without schooling. *Hands On!, 18*(2), 7-9.

Ceci, S. J., & Bronfenbrenner, U. (1985). Don't forget to take the cupcakes out of the oven: Strategic time-monitoring, prospective memory and context. *Child Development, 56*, 175-190.

Donaldson, M. (1978). *Children's minds*. Glasgow, UK: Fontana/Collins.

Hatano, G. and Inagaki, K. (1992). Desituating cognition through the construction of conceptual knowledge. In P. Light & G. Butterworth (Eds.), *Context and cognition: Ways of learning and knowing* (pp. 115-133). New York: Harvester Wheatsheaf.

Hutchins, E. (1993). Learning to navigate. In S. Chaiklin & J. Lave (Eds.), *Understanding practice: Perspectives on activity and context* (pp. 35-63). New York: Cambridge University Press.

Laboratory of Comparative Human Cognition. (1983). Culture and cognitive development. In P. H. Mussen (Ed.), *Handbook of child psychology: Vol. 1. History, theory and methods* (pp. 295-356). New York: Wiley.

Lave, J. (1988). *Cognition in practice: Mind, mathematics, and culture in everyday life*. Cambridge: Cambridge University Press.

Lave, J., & Wenger, E. (1991). *Situated learning: Legitimate peripheral participation*. New York: Cambridge University Press.

Light, P., Buckingham, N., & Robbins, A. (1979). The conservation task as an interactional setting. *British Journal of Educational Psychology, 49*, 304-310.

McGarrigle, J., & Donaldson, M. (1974). Conservation accidents. *Cognition, 3*, 341-350.

Monk, S. & Nemirovsky, R. (In press). The Case of Dan: Student construction of a functional situation through visual attributes. *Research in Collegiate Mathematics Education*.

Nunes, T., Schliemann, A. D. & Carraher, D. W. (1990). Proporcionalidade: Esquemas intuitivos versus procedimentos escolares. Unpublished manuscript. Department of Psychology, Universidade Federal de Pernambuco, Recife.

Nunes, T. (1993). The socio-cultural context of mathematical thinking: Research findings and educational implications. In A. Bishop, K. Hart, S. German & T. Nunes (Eds.), *Significant influences on children's learning of mathematics*. Paris, Science and Technology Education Document Series, UNESCO, No. 47.

Nemirovsky, R. (1994). On Ways of Symbolizing: The Case of Laura and Velocity Sign. *The Journal of Mathematical Behavior, 13*(4), 389-422.

Nunes, T. N., Schliemann, A. D., & Carraher, D. W. (1993). *Street mathematics and school mathematics*. New York: Cambridge University Press.

Petitto, A., & Ginsburg, H. (1982). Mental arithmetic in Africa and America: Strategies, principles and explanations. *International Journal of Psychology, 17*, 81-102.

Perret-Clermont, A.-N., Perret, J.-F., & Bell, N. (1991). The social construction of meaning and cognitive activity in elementary school children. In L. Resnick, J. Levine & S. Teasley (Eds.), *Perspectives on socially shared cognition* (pp. 41-62). Washington, DC.: American Psychological Association.

Piaget, J. (1972). Intellectual evolution from adolescence to adulthood. *Human Development, 15*, 1-12.

Piaget, J. & García, R. (1991). *Vers une Logique des Significations*.

Resnick, L. (1987). Learning in school and out. *Educational Researcher*, Dec. 1987, 13-20.

Resnick, L. (1994). Situated rationalism. In L. Hirschfeld & S. Gelman (Eds.) *Mapping the Mind: Domain specificity in Cognition and Culture*. New York, Cambridge University Press, pp. 474-493.

Resnick, L., Levine, J., & Teasley, S. (Eds.). (1991). *Perspectives on socially shared cognition*. Washington, DC.: American Psychological Association.

Rogoff, B. (1990). *Apprenticeship in thinking. Cognitive development in social context*. New York: Oxford University Press.

Saxe, G. B. (1991). *Culture and cognitive development: Studies in mathematical understanding*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.

Schliemann, A. D. (1995). Some Concerns about Bringing Everyday Mathematics to Mathematics Education. In L. Meira & D. Carraher (Eds.), *Proceedings of the XIX International Conference for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 1, pp. 45-60). Recife, Brazil.

Schliemann, A. D., Araujo, C., Cassundé, M. A., Macedo, S., & Nicéas, L. (in press). Use of multiplicative commutativity by school children and street sellers. *Journal for Research in Mathematics Education Mathematics Education*.

Schliemann, A. D., & Carraher, D. W. (1992). Proportional reasoning in and out of school. In P. Light & G. Butterworth (Eds.), *Context and cognition: Ways of learning and knowing* (pp. 47-73). New York: Harvester Wheatsheaf.

Schliemann, A.D. & Carraher, D.W. (1993). Proporcionalidade: Da pesquisa à sala de aula. Em *Estudos em Psicologia da Educação Matemática*. Recife, Editora Universitária, UFPE.

Schliemann, A. D., & Magalhães, V. P. (1990). Proportional reasoning: From shops, to kitchens, laboratories, and, hopefully, schools. *Proceedings of the Fourteenth International Conference for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 3, pp. 67-73). Oaxtepec, México.

Schliemann, A. D., & Nunes, T. (1990). A situated schema of proportionality. *British Journal of Developmental Psychology, 8*, 259-268.

Scribner, S. (1984). Studying working intelligence. In B. Rogoff & J. Lave (Eds.), *Everyday cognition: Its development in social context* (pp. 9-40). Cambridge, MA: Harvard University Press.

Scribner, S. (1986). Thinking in action: Some characteristics of practical thought. In R. Sternberg & D. Wagner (Eds.), *Practical intelligence. Nature and origins of competence in the everyday world* (pp. 13-30). New York: Cambridge University Press.

Tierney, C.; Nemirovsky, R.; Wright, T.; Ackerman, E. (1993). Body Motion and Children's Understanding of Graphs. J. R. Becker & B. J. Pence (Eds.) *Proceedings of the XV Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 1*, 192-198. Vergnaud, G. (1987)

Vergnaud, G. (1988). Multiplicative structures. In J. Hiebert & M. Behr (Eds.), *Number concepts and operations in the middle grades* (Vol. 2). LEA / NCTM.