

PROCEDIMIENTOS DE CUANTIFICACIÓN Y CARDINALIDAD

V. BERMEJO; M.ª OLIVA LAGO; P. RODRÍGUEZ
Universidad Complutense de Madrid

Resumen

En esta investigación analizamos las diferentes estrategias que emplean los niños para determinar el cardinal de un conjunto. También se estudia la relación entre los diferentes procedimientos de cuantificación y la cardinalidad. Se considera importante el cambio en la elección de las diferentes estrategias, en el sentido de cuándo tiene lugar y qué situaciones lo propiciarían. Dos grupos de niños, cuyas edades promedio eran 3,6 y 4,6 años, pasaron cuatro tareas (reconocer, contar, dar y reproducir) con 2-3 y 4-5 objetos. Los resultados muestran que las respuestas de los niños pequeños están ancladas fundamentalmente en procedimientos perceptivos, mientras que los mayores emplean este y otros procedimientos, tales como el conteo y el emparejamiento de los elementos de dos conjuntos, cuando las estrategias perceptivas pierden precisión. Estos distintos procedimientos están más influidos por el tamaño de los conjuntos que por las tareas concretas presentadas. Finalmente, se afirma la independencia entre conteo y cardinalidad.

Abstract

In this research we analyse the different strategies children use to determine the cardinal of a set. It is also analyzed the relationship between the different quantification procedures and cardinality. The change in the choice of the different available procedures is considered very important, and is analyzed in terms of when this change takes place and of which situations make it feasible. The subjects were two groups of children whose mean ages were 3.6 and 4.6 years. All the subjects went through four tasks (perceptual, counting, giving-in, and reproduction) either with 2-3 objects and 4-5 objects. Results show that younger children's responses are anchored in perceptual procedures (subitizing), while older children use this and other procedures, such as counting and pairing the elements of the two sets when subitizing becomes inaccurate. These different procedures are more influenced by set size than by the specific task posed. Finally, this work highlights the independence between counting and cardinality.

Introducción

En los últimos años se ha producido un incremento notable en el número de investigaciones en torno al conteo y otras habilidades numéricas elementales. Como resultado de estos trabajos se ha producido un giro en las investigaciones actuales en torno al tema, lo que ha supuesto, en cierto modo, la superación de algunos de los puntos de vista tradicionales, identificados con los planteamientos piagetianos. Contrariamente a la explicación lógica propuesta por Piaget y Szeminska (1941), autores como Clements (1984), Clements y Callahan (1983), Fuson y Hall (1983), Fuson (1988), Gelman y Gallistel (1978), Saxe (1979), Schaeffer, Eggleston y Scott (1974), entre otros, consideran que el desarrollo de los conceptos numéricos derivaría de la integración

de las habilidades de conteo, «subitizing» y estimación. Desde esta óptica, la presente investigación pretende, en general, analizar la relación existente entre el «subitizing», el conteo y la cardinalidad.

En relación al «subitizing», los orígenes del término se remontan a mediados de siglo, momento en que Kaufman, Lord, Reese y Volkman (1949) lo acuñan para describir un proceso que, diferenciándose del conteo y la estimación, sirve para determinar la cantidad numérica de un conjunto. Sus principales características serían la precisión, rapidez y la necesidad de que los conjuntos tengan como máximo 6 elementos. Posteriormente, el «subitizing» ha sido conceptualizado de diversos modos: a) bien como una capacidad limitada de aprehensión inmediata de la cantidad numérica (p. ej., Fuson, 1988; Klahr, 1973); b) bien como un rápido procedimiento de

conteo (p. ej., Gelman y Gallistel, 1978, ver p. 244); y c) bien, finalmente, como un proceso de reconocimiento de patrones (p. ej., Mandler y Shebo, 1982; Schaeffer, Eggleston y Scott, 1974; Steffe, Von Glasersfeld, Richards y Cobb, 1983; Von Glasersfeld, 1982). Sin embargo, no todos los autores (p. ej., Gelman y Gallistel, 1978; Mandler y Shebo, 1982; Steffe y otros, 1983; Von Glasersfeld, 1982) están de acuerdo con Kaufman y otros (1949) en que el «subitizing» sea en sí mismo un procedimiento de cuantificación.

En cuanto al conteo, se trata de un procedimiento cuantitativo que aparece pronto en el comportamiento infantil, pero que prolonga, no obstante, su presencia a lo largo de los primeros años de la enseñanza primaria. Una de las primeras publicaciones sobre este tema, tanto en importancia como en volumen de datos, es la ya clásica obra de Gelman y Gallistel (1978). Los hallazgos obtenidos a partir de las pruebas realizadas con niños de 2, 3 años y preescolares permiten a estos autores afirmar que el comportamiento infantil está regido por principios, ordenados en la secuencia evolutiva siguiente: a) correspondencia uno-a-uno; b) orden estable; c) cardinalidad; d) abstracción; y e) irrelevancia del orden. Numerosas investigaciones han estudiado cada uno de estos principios (p. ej., Baroody, 1984; Briars y Siegler, 1984; Fuson, Richards y Briars, 1982; Gelman y Meck, 1983; Siegler y Robinson, 1982), pero no creemos conveniente comentarlos aquí. Remitimos al lector interesado al capítulo II de nuestra obra (Bermejo, 1989, *El niño y la aritmética*), en donde se revisan con cierta minuciosidad estos principios. Si nos ocupáramos, no obstante, del principio de cardinalidad, ya que constituye uno de los objetivos prioritarios del presente trabajo. Este concepto es quizá el que más interés ha suscitado entre los autores (p. ej., Fuson, Pergament, Lyons y Hall, 1985; Michie, 1984; Schaeffer, Eggleston y Scott, 1974; Wilkinson, 1984); pero los datos provenientes de estas investigaciones no llegan a conclusiones claras respecto a los pilares cognitivos que lo fundamentan. Quizá uno de los interrogantes más relevantes reside en que la respuesta infantil que consiste en dar el último numeral de la secuencia de conteo utilizada no garantiza sin más la autenticidad de una respuesta de cardinalidad, ya que podría resultar de una mera reacción mecánica (Fuson y Hall, 1983). Por tanto, resulta extremadamente complejo determinar a través de preguntas como «¿cuántos hay?» realizadas tras el conteo estándar, si los niños son realmente conscientes del valor cardinal del último numeral emitido. Para superar estas dificultades se ha optado por combinar situaciones experimentales en las que se pide a los niños simplemente que cuenten, con otras: a) solicitar que realicen el proceso inverso, es decir, que construyan el conjunto correspondiente a un cardinal dado (Bermejo y Lago, en prensa; Davidov y Andronov, 1980; Fuson, 1988); y b) una vez que han respondido a la pregunta de cardinalidad («¿cuántos... hay?»), hacerles preguntas relativas al último numeral asignado durante el conteo (*count-reference question*), o la cardinali-

dad (*cardinality-reference question*) (Fuson, 1988). Pero los resultados obtenidos no son convincentes, a nuestro juicio. En este último caso, por ejemplo, Fuson utiliza el interrogatorio verbal para precisar el alcance de la respuesta infantil, haciendo más compleja probablemente la situación experimental para niños de tan temprana edad. El estudio de Bermejo y Lago (en prensa) constituye un paso más hacia la comprensión de esta noción, ya que se logra distinguir empíricamente las respuestas consistentes en dar el último numeral, de las verdaderas respuestas de cardinalidad, gracias al empleo de procedimientos de conteo no estándares.

Por último, respecto a la relación entre «subitizing», conteo y cardinalidad cabe destacar las siguientes aproximaciones: 1) el «subitizing» es anterior al conteo, ya que éste adquiere significado cuantitativo cuando en los inicios de su aprendizaje es empleado dentro del rango de cantidades que pueden ser percibidas de modo inmediato, o bien el niño da el cardinal de un conjunto correctamente sin saber contarlo con exactitud (p. ej., Klahr y Wallace, 1973; Russac, 1983; Schaeffer y otros, 1974); 2) la aproximación contraria defiende que el conteo precede al «subitizing», siendo este último un conteo subvocal muy rápido (p. ej., Gelman y Gallistel, 1978); y 3) esta posición es una síntesis de las dos precedentes, ya que no considera la existencia de una única ruta evolutiva común a todos los niños, sino que contempla las dos posibilidades recogidas en las aproximaciones anteriores (p. ej., Fuson y Hall, 1983). En cuanto a la relación de estas dos habilidades con la cardinalidad habría que distinguir sus vinculaciones *genéticas*, es decir, la incidencia del conteo y «subitizing» en la génesis de la cardinalidad, e *instrumentales*: el niño puede usar el conteo o el «subitizing» como procedimientos para llegar al cardinal de un conjunto de objetos. Desde el punto de vista genético, Schaeffer y otros (1974) sostienen que la cardinalidad resulta de la integración del «subitizing» y del conteo. Para Gelman y Gallistel (1978) la cardinalidad constituye el tercero de los cinco principios del conteo. Ahora bien, desde una óptica instrumental, parece probable que ambos (conteo y subitizing) sean procedimientos que conducen a la determinación del cardinal de un conjunto, dependiendo la elección del uno o del otro del desarrollo cognitivo de los niños, de la situación concreta planteada (número de elementos y modo de presentarlos), y de la intención perseguida en dicha tarea (rapidez o exigencia en la exactitud de la cardinalidad).

El objetivo principal de este trabajo consiste en analizar las estrategias que siguen los niños para determinar o construir el cardinal de un conjunto, en orden a conseguir alguna luz sobre la génesis misma de esta noción. Suponemos que el conteo puede ser un instrumento útil para tal fin, pero probablemente no sea exclusivo. Es más, parece ser que los niños no tienden siempre a utilizarlo de modo espontáneo. Al contrario, pensamos que los niños jóvenes utilizan sobre todo procedimientos perceptivos (subitizing) para determinar el cardinal de

conjuntos pequeños, ordenados de modo que se facilite su reconocimiento inmediato. En cambio, los niños mayores optarían, más bien, por el conteo, sobre todo ante situaciones más complejas. Por tanto, quizá pueda hablarse de una cardinalidad precoz anclada en el reconocimiento de la numerosidad (subitizing) y de una cardinalidad posterior fundada en el conteo, que podrían coexistir a partir de un momento dado, apareciendo uno u otro procedimiento en función de la situación concreta. Ahora bien, ¿cómo y en qué condiciones se produce este cambio? Para intentar averiguarlo, presentamos tareas en las que se pide a los niños que den verbalmente o mediante manipulación de objetos el cardinal de algunos conjuntos, variando convenientemente el tamaño de los mismos, a fin de facilitar la aparición de los diferentes procedimientos. Igualmente, se analizan con este objetivo las estrategias y tipos de errores cometidos por los niños en las diferentes tareas.

Metodología experimental

Sujetos

Pasan las pruebas 40 niños, 20 de jardín de infancia y 20 de primero de preescolar elegidos al azar en colegios madrileños, de clase media alta. Las edades de los niños están comprendidas entre los 3,1-3,11 años ($M = 3,6$) en el primer grupo, y 4,0-4,11 ($M = 4,6$) en el segundo.

Material y procedimiento

El material utilizado consistió en dos muñecos de TVE bien conocidos por los niños (Espinete y Don Pimpón), y 13 fichas de parchís de color rojo (1,3 cm de diámetro).

Las pruebas fueron administradas individualmente y tenían una duración aproximada de 20 minutos para cada niño. Todos los sujetos pasaron un total de cuatro pruebas, comprendiendo cada una cuatro ensayos distintos, de los que dos se realizaban con conjuntos o números pequeños (2 y 3 fichas), y los dos restantes con conjuntos mayores (4 y 5 fichas), formando el siguiente diseño: 2 (grupos de sujetos) \times 4 (pruebas) \times 2 (magnitud de conjuntos). La primera de las pruebas (RECONOCER) consistía en responder a la pregunta «¿Cuántas fichas hay?» ante una hilera de fichas. En la segunda (CONTAR), el niño contaba un conjunto de fichas en hilera, preguntándole después «¿Cuántas hay?» En la tercera (DAR), se pedía verbalmente que dieran un número de fichas a un muñeco. Finalmente, la cuarta (REPRODUCIR), era una tarea de reproducción, ya que el niño tenía que entregar a un muñeco el mismo número de fichas que el experimentador había situado en hilera junto al otro muñeco.

Por último, se contrabalanceó el orden de presentación de las pruebas y de los conjuntos o cantida-

des una sola vez y fue constante para todos los sujetos.

Análisis y discusión de resultados

El ANOVA 2 (grupos) \times 4 (pruebas) \times 2 (magnitud del conjunto) con medidas repetidas, mostró que eran significativos los efectos principales de los factores grupo ($F [1,38] = 12,03, p < 0,05$) y magnitud de los conjuntos ($F [1,38] = 83,12, p < 0,01$). Igualmente resultaron significativas las interacciones: grupo por magnitud de los conjuntos ($F [1,38] = 6,84, p < 0,05$) y prueba por magnitud de los conjuntos ($F [3,114] = 3,70, p < 0,05$). En consecuencia, podemos afirmar que la edad de los niños y la magnitud de las cantidades son factores importantes que inciden sensiblemente en la resolución de las pruebas. Esto es, por un lado, los niños del G.II resuelven mejor las pruebas que los del G.I y, por otro lado, la ejecución es superior cuando los conjuntos utilizados son 2-3 fichas que cuando son 4-5. En cuanto a la interacción grupo por magnitud, como podemos observar en la figura número 1, las diferencias entre los dos grupos de sujetos disminuyen ante conjuntos de 2-3 objetos, mientras que se incrementan cuando se trata de 4-5 objetos, si bien el nivel de ejecución del G.II es siempre superior al del

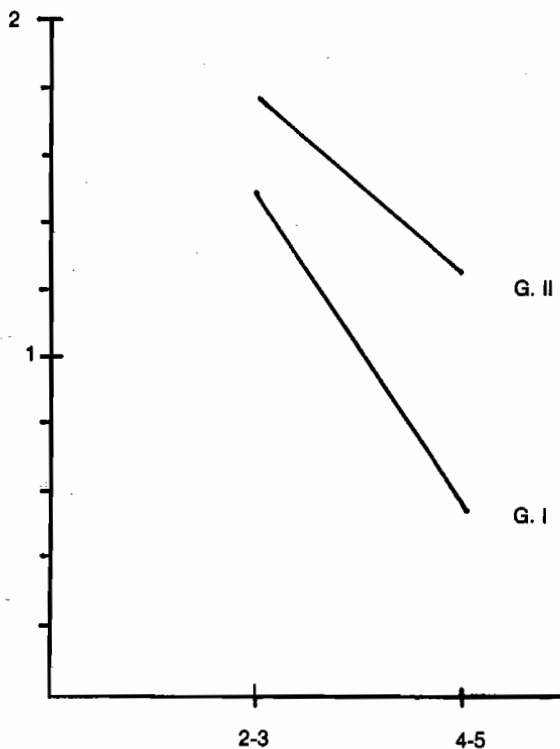


Figura 1. Representación gráfica de la interacción grupo de sujetos por magnitud de los conjuntos.

G.I. Igualmente, la interacción prueba por magnitud resulta significativa, ya que la influencia de las diferentes pruebas difiere según la numerosidad de los conjuntos. Así, por ejemplo, la tarea de RECONOCER resulta ser la más fácil con 2-3 elementos, mientras que con 4-5 lo es la prueba de CONTAR.

A continuación analizaremos estos resultados de manera más detallada. Para ello agruparemos las tareas en dos grandes bloques: I) tareas en las que el niño ha de responder a la pregunta cuántos elementos tiene un conjunto (RECONOCER y CONTAR), y II) tareas en las que debe dar un número de fichas determinado a un muñeco (DAR y REPRODUCIR). Por último, III) analizaremos las relaciones posibles entre las cuatro pruebas conjuntamente.

I. Determinación verbal de un cardinal

Respecto al primer bloque de pruebas (RECONOCER y CONTAR) (véase cuadro 1), el porcentaje de ensayos correctos es en general más elevado cuando pedimos al niño que cuente antes de responder a la pregunta de cardinalidad, que cuando simplemente se plantea esta última (78,12 por 100 en la prueba de CONTAR frente al 63,75 por 100 en la de RECONOCER). Estos resultados podrían deberse, bien a que los niños no suelen utilizar el conteo en la prueba de RECONOCER; bien a que en la prueba de CONTAR podrían aunarse en una sola puntuación tanto las respuestas de cardinalidad, como las de la regla del cuántos (véase Bermejo y Lago, en prensa); bien, finalmente, a la incidencia de ambos factores. En cuanto a la segunda hipótesis, los datos obtenidos en esta prueba no permiten evaluar la

probable influencia de este fenómeno. Con respecto a la primera hipótesis, el porcentaje de niños que en la tarea de RECONOCER usa el conteo como procedimiento para responder a la pregunta «¿Cuántos hay?» resulta extraordinariamente bajo en relación a los que emplean el «subitizing»; de modo que esta pregunta, en contra de lo supuesto por Gelman y Gallistel (1978), no parece suscitar necesariamente el comportamiento de contar, tal como han encontrado también otros autores (p. ej., Fuson, 1988; Schaeffer et al., 1974). Por otra parte, el nivel de eficacia de la estrategia de conteo es claramente superior al obtenido con las restantes estrategias en la situación de 4-5 elementos, que es precisamente donde aparecen las mayores diferencias entre las dos pruebas. Por tanto, la tercera hipótesis, que supone la incidencia de ambos factores, parece ser la más probable.

En la prueba de RECONOCER, el porcentaje global de ensayos correctos en el G. I es 56,25 por 100, mientras que en el G. II es 71,25 por 100. Esta diferencia podría deberse en gran medida a la magnitud de los conjuntos, ya que las discrepancias entre los dos grupos son sobre todo manifiestas con 4 y 5 objetos. Ahora bien, ¿por qué los niños mayores se comportan mejor que los pequeños? Porque utilizan de modo más eficaz las estrategias empleadas por ambos grupos, tal como puede constatar en el cuadro 2. Así, la estrategia más eficaz con 4-5 objetos es la de «contar», pero el 50 por 100 de los niños pequeños que la usan fracasan en la respuesta de cardinalidad; mientras que este porcentaje desciende notoriamente en el grupo II. Ello se debe

CUADRO 1

Porcentajes de respuestas correctas en las distintas pruebas

	Reconocer		Contar		Dar		Reproducir	
	2-3	4-5	2-3	4-5	2-3	4-5	2-3	4-5
G. I	82,5	30	75	52,5	80	27,5	65	25
G. II	92,5	50	95	90	90	62,5	82,5	57,5

CUADRO 2

Porcentajes de las estrategias usadas y de los errores cometidos en la tarea de RECONOCER

	Estrategias				Errores			
	G. I		G. II		G. I.		G. II.	
	2-3	4-5	2-3	4-5	2-3	4-5	2-3	4-5
Mirar	47,7	40	72,5	57,5	5	27,5	5	30
Dedos y cardinal	37,5	30	17,5	12,5	7,5	27,5	—	7,5
Contar	10	20	7,5	25	5	10	2,5	7,5
Señalar fichas y cardinal	2,5	2,5	2,5	5	—	2,5	—	5
Barrido y cardinal	2,5	7,5	—	—	—	2,5	—	—

probablemente a que el grupo I comete un número importante de errores cuando cuenta (véase cuadro 3). En cuanto a la estrategia de «mirar», es la más utilizada siempre por ambos grupos de niños, así como la que alcanza mayores niveles de eficiencia en la situación de 2-3 objetos. En cambio, con 4-5 elementos desciende su uso en los dos grupos de niños, pero sobre todo resultan notorios sus bajos niveles de eficacia, principalmente en los niños más jóvenes. Este declive discriminativo entre los dos grupos podría resultar, bien de que los niños realizan un conteo interno, sin ninguna manifestación perceptible, al mismo tiempo que miran, y acabamos de ver que los mayores cuentan mejor que los pequeños; bien de que la capacidad de reconocimiento de la numerosidad está menos desarrollada en estos últimos niños. La primera explicación parece bastante improbable, puesto que los datos existentes (véase, p. ej., Fuson y Hall, 1983) tienden a poner de manifiesto la necesidad que tienen los niños de estas edades de tocar los objetos, así como de señalarlos a medida que los cuentan. La segunda propuesta parece más adecuada, ya que vendría avalada por la estrategia «dedos y cardinal». Este procedimiento consiste en mostrar tanto dedos cuantos objetos tiene el modelo, dando inmediatamente su cardinal sin contar. La emplean sobre todo los niños pequeños y resulta en general menos eficaz que la estrategia de mirar. Se diría que estos niños reconocen mejor el cardinal de un conjunto formado por sus dedos que el de otro conjunto similar constituido por objetos. Pero este procedimiento resulta laborioso, ya que tienen que determinar primeramente el número de dedos que corresponden al modelo, sin contar, y después reconocer el cardinal del conjunto de dedos. En cambio, los niños mayores utilizan menos los dedos como intermediarios para determinar el cardinal numérico de un conjunto de objetos, debido a que el grado de generalización del acto de reconocer es superior en el grupo II que en los niños pequeños. Ello supondría, por tanto, un mayor desarrollo en la capacidad de reconocimiento.

Desde el punto de vista evolutivo, la estrategia «dedos y cardinal» resulta muy interesante, ya que marcaría probablemente la transición entre reconocer el cardinal de conjuntos formados por sus dedos y reconocer el cardinal de conjuntos constituidos por otros elementos. En esta línea apuntan los datos de Fuson (1988) cuando, con niños de 2,4 a 3,11 años, encuentra que estos jóvenes sujetos determinan mejor el cardinal de un conjunto de objetos mediante sus dedos, que cuando se les pide que lo hagan verbalmente. Como simple sugerencia heurística, porque no tenemos aún datos experimentales para confirmarlo, nos gustaría adelantar en esta perspectiva algunos pasos que el niño daría probablemente en la adquisición de la cardinalidad: 1) mostrar dedos (más o menos al azar) ante la pregunta «¿cuántos... hay?»; 2) identificar un cardinal numérico pequeño mediante sus dedos; 3) determinar verbalmente el cardinal de un conjunto pequeño formado por sus dedos; 4) determinar el cardinal de un conjunto pequeño de objetos mediante sus de-

CUADRO 3

Porcentajes de errores cometidos por el grupo I en la tarea CONTAR

Errores	Grupo I	
	2-3	4-5
Volver a contar	12,5	17,5
Repetir secuencia de conteo	2,5	5
Respuesta al azar	10	17,5
Respuesta no numérica	—	7,5

dos; 5) determinar verbalmente el cardinal de un conjunto pequeño de objetos.

En cuanto a los errores, limitaremos nuestro análisis a los valores 4-5, ya que en 2-3 la mayoría de los sujetos realizan bien todos los ensayos (véase cuadro 2). Encontramos tres tipos principales de errores: 1) mirar las fichas y decir un número al azar, 2) indicar la cantidad con los dedos y responder con un numeral erróneo, y 3) contar mal. Tanto en 4 como en 5 elementos y en ambos grupos el error más frecuente consiste en mirar las fichas y decir un número al azar. Concretamente, en el G. I, el 39,28 por 100 de los errores consiste en mirar las fichas y decir un número al azar; el 39,28 por 100 en indicar la cantidad con los dedos y decir una cantidad errónea; y, por último, el 14,28 por 100 de los errores consisten en contar mal. Con respecto a los niños de cuatro años, el 63,16 por 100 de los errores consisten simplemente en mirar las fichas y decir una cantidad al azar, siendo menos significativos el resto de los errores.

En cuanto a la segunda prueba (CONTAR), en la que se pide al niño que cuente previamente antes de dar el cardinal, se producen resultados similares a los de la prueba anterior, en relación a la diferencia entre los grupos (61,25 por 100 en el G. I y 92,5 por 100 en el G. II), y con respecto al tamaño de los conjuntos (véase cuadro 1). La diferencia entre los grupos podría deberse, al menos en parte, a que los niños de cuatro años cuentan manifiestamente mejor con 4-5 objetos (90 por 100 de ensayos de conteo correctos) que el G. I (35 por 100). Sin embargo, hay que señalar que la respuesta correcta de cardinalidad no supone siempre la precisión en el conteo. De hecho, la cardinalidad implicaría sólo repetir el último elemento de la secuencia de conteo, de modo que los principios de correspondencia uno-a-uno y de orden estable de Gelman y Gallistel (1976) no constituirán una condición sine qua non para la aplicación del principio de cardinalidad. Además, hay un porcentaje de niños pequeños importante que responde bien en cardinalidad y que no cuenta correctamente, por lo que parecen cobrar fuerza posturas alternativas que proponen la existencia de un proceso evolutivo relativamente independiente entre el conteo y la cardinalidad (p. ej., Bermejo y Lago, en prensa; Fuson, 1988; Fuson, Lyons, Pergament y Hall, 1985; Wilkinson, 1984).

En cuanto a los errores de cardinalidad, aparecen fundamentalmente ante 4-5 elementos y, sobre todo, en el grupo de los pequeños; por ello limitaremos nuestro análisis a este grupo. Los errores cometidos son de cuatro tipos: 1) volver a contar, 2) repetir secuencia numeral, 3) decir un número al azar, 4) no especificar la cantidad mediante un numeral (véase cuadro 3). Estos errores confirman perfectamente los estadios evolutivos de la cardinalidad descritos por dos de los autores de este trabajo en una investigación anterior (Bermejo y Lago, en prensa). El primer error corresponde al tercer estadio, el segundo al estadio 2.^o y, finalmente, los errores pertenecientes a las categorías 3.^a y 4.^a aparecen en el primer estadio. Remitimos al lector que desee más detalles sobre estos estadios de la cardinalidad al trabajo mencionado anteriormente.

II. Construcción de un cardinal mediante objetos

El segundo bloque de pruebas comprende dos tareas: DAR y REPRODUCIR. Aunque en apariencia la segunda tarea pueda parecer más fácil para los niños, ya que disponen de un modelo físico, sin embargo, no ocurre así, tal como puede observarse en el cuadro 1. Esta dificultad de la prueba de REPRODUCIR radicaría en el doble cometido que implica su realización, ya que, por un lado, el niño tiene que cuantificar las fichas del modelo, como en las pruebas del primer bloque, y, por otro, una vez hecho esto, ha de buscar la estrategia idónea para darle exactamente el mismo número de fichas al otro muñeco.

Por otra parte, el porcentaje de ensayos correctos en la primera prueba (DAR) es superior con 2-3 objetos en ambos grupos que con 4-5 objetos. La razón de esta diferencia reside principalmente en la eficiencia de la estrategia empleada, en el sentido de que la mayoría de los niños utilizan procedimientos perceptivos para determinar el cardinal en ambas situaciones, y, sin embargo, sabemos que la eficacia de estas estrategias es alta con pequeños conjuntos, pero desciende en seguida a medida que aumenta el número de elementos. Así, podemos constatar que las dos primeras estrategias (véase cuadro 4) resultan eficaces con 2-3 elementos, pero conducen frecuentemente a error con 4-5 elemen-

tos. Igualmente es manifiesto que el éxito de los niños mayores supera ampliamente al de los pequeños, sobre todo con 4-5 elementos, es decir, cuando la situación resulta más compleja. Ello se debe probablemente no sólo al uso más eficiente de las mismas estrategias por parte del grupo II, sino principalmente al cambio de estrategia, ya que un número importante de estos niños abandona las dos primeras estrategias, para dar prioridad al procedimiento de contar. Vale la pena resaltar el hecho de que sólo en un ensayo con 2-3 elementos, y en dos ensayos con 4-5 objetos, han empleado los pequeños la estrategia de contar para responder a la pregunta de cardinalidad. Lo que significa, a nuestro entender, que a esta edad el niño posee otros medios, distintos al conteo, para determinar el cardinal de un conjunto, cual es el reconocimiento, que se adecuaría probablemente mejor a su nivel cognitivo.

Respecto a los errores, se producen sobre todo y en ambos grupos en los ensayos con 4 y 5 objetos (véase cuadro 4). Son de cuatro tipos: 1) entregar fichas de una en una al azar, 2) entregar un montón al azar, 3) entregar todas las fichas, y 4) entregar primero una cantidad y añadir más fichas. En el grupo I, los errores más frecuentes son los dos primeros, que coinciden con las estrategias más usadas por este grupo de sujetos. En cambio, los mayores cometen sobre todo el primer y tercer error, resultando extremadamente eficaz el conteo. Por tanto, parece colegirse de estos datos que, si bien en los niños pequeños predominan procedimientos perceptivos (reconocimiento) para formar el conjunto designado por un cardinal, a partir de los cuatro años, y ante la presencia de conjuntos más numerosos, empieza a adquirir prioridad la estrategia de contar.

En la prueba de REPRODUCCION, como en pruebas anteriores, el porcentaje de ensayos correctos es relativamente alto con 2-3 objetos en ambos grupos, descendiendo sensiblemente en los ensayos con 4 y 5 objetos (véase cuadro 1). Las estrategias utilizadas se fundamentan una vez más en procedimientos perceptivos (véase cuadro 5), sobre todo con 2-3 objetos. La correspondencia, de talante perceptivo, adquiere gran relieve, principalmente en los pequeños, pero su nivel de eficacia es

CUADRO 4

Porcentajes de las estrategias usadas y de los errores cometidos en la tarea de DAR

	Estrategias				Errores			
	G. I		G. II		G. I.		G. II	
	2-3	4-5	2-3	4-5	2-3	4-5	2-3	4-5
Una en una	57,5	40	42,5	22,5	7,5	32,5	2,5	12,5
Montón	32,5	42,5	32,5	10	5	27,5	2,5	7,5
Contar	2,5	5	20	52,5	—	—	—	2,5
Todas	2,5	7,5	5	12,5	2,5	7,5	5	12,5
Montón y añadir	5	5	—	2,5	5	5	—	2,5

CUADRO 5

Porcentajes de las estrategias usadas y de los errores cometidos en la tarea de REPRODUCIR

	Estrategias				Errores			
	G. I		G. II		G. I		G. II	
	2-3	4-5	2-3	4-5	2-3	4-5	2-3	4-5
Percepción	37,5	2,5	62,5	5	2,5	—	—	—
Correspondencia	35	32,5	12,5	20	10	12,5	7,5	12,5
Contar	5	2,5	17,5	45	—	—	2,5	—
Una en una al azar	12,5	32,5	2,5	12,5	12,5	32,5	2,5	12,5
Montón al azar	10	30	5	17,5	10	30	5	17,5

más bien bajo. De nuevo, el conteo llega a ser la estrategia más usada por el grupo II con 4-5 elementos; mientras que apenas aparece en los sujetos más jóvenes, confirmando la hipótesis de que hasta los 4 años aproximadamente los niños siguen en general otras vías, diferentes al conteo, para determinar la cardinalidad.

Los errores son de cinco tipos: 1) entregar fichas de una en una al azar, 2) entregar un montón de fichas al azar, 3) de correspondencia, 4) de percepción, y 5) contar mal (véase cuadro 5). De nuevo predominan los errores perceptivos o de azar en ambos grupos, mientras que el conteo conduce siempre, menos en un ensayo, al éxito infantil.

III. Relación entre las distintas pruebas

Aunque no hay diferencias estadísticamente significativas entre los cuatro tipos de tareas experimentales; sin embargo, podemos observar que el grado de eficacia de los niños es ligeramente superior en el primer bloque de pruebas que en el segundo, siendo la prueba segunda (CONTAR) la más fácil y la prueba cuarta (REPRODUCIR) la más difícil. Por otro lado, todas las tareas resultan más fáciles ante 2 (G. I 90 por 100 y G. II 100 por 100 de ensayos correctos) y 3 objetos (G. I 61,25 por 100, G. II 80 por 100 de ensayos correctos) que ante 4 (G. I 33,75 por 100, G. II 68,75 por 100 de ensayos correctos) y 5 objetos (G. I 33,75 por 100, G. II 58,75 por 100 de ensayos correctos). Por tanto, los errores se producen sobre todo con 4 y 5 fichas en ambos grupos y en todas las pruebas. Concretamente, el G. I comete el mismo porcentaje de errores ante 4 fichas que ante 5 (66,25 por 100 de los ensayos), apareciendo éstos sobre todo en las dos últimas pruebas (DAR y REPRODUCIR). En el G. II, el porcentaje de ensayos incorrectos es 31,25, con 4 fichas, mientras que con 5 es de 41,25. En ambos casos, la primera tarea (RECONOCER) es la que más errores provoca. Por otra parte, estos errores se deben principalmente al uso de procedimientos perceptivos (o azarosos) en todos los niños; de modo que si estas estrategias pueden resultar adecuadas con pequeñas cantidades (2-3 objetos), lo son menos a medida que aumenta el número de objetos (4-5 elementos). Es importante resaltar la

inflexión que se produce en el comportamiento del grupo I en el paso de 3 a 4 objetos. Este cambio podría deberse a que la capacidad de reconocimiento de estos niños alcanza difícilmente a conjuntos formados por más de tres elementos.

En cuanto a las estrategias, predominan los procedimientos perceptivos (reconocimiento) en el grupo de los pequeños en las pruebas 1.^a, 3.^a y 4.^a, independientemente de la magnitud de los conjuntos. Lo mismo acontece con los mayores en estas mismas tareas, cuando se presentan 2-3 objetos. En cambio, con 4-5 elementos, estos niños muestran cierta preferencia por la estrategia de contar, sobre todo en la 3.^a prueba. Sin embargo, este procedimiento de contar está lejos de constituir el único camino para determinar el cardinal de un conjunto, ya que el grupo I sólo cuenta ante 2 fichas en el 3,33 por 100 de los ensayos, ante 3 en el 8,33 por 100, ante 4 en el 6,67 por 100 y ante 5 en el 11,67 por 100. En el grupo de los mayores estos porcentajes se incrementan en general ligeramente: ante 2 fichas cuentan en el 1,67 por 100 de los ensayos, ante 3 lo hacen en el 28,33 por 100, ante 4 en el 40 por 100 y ante 5 en el 40 por 100. Por tanto, el uso del conteo resulta más bien raro entre los niños pequeños, mientras que en el grupo II aumenta sensiblemente su empleo a medida que se amplía el número de elementos. Estos datos sugieren la existencia de un concepto de cardinalidad temprano, anclado en procedimientos fundamentales perceptivos (reconocimiento), como se manifiesta en el comportamiento de los niños pequeños en todas las situaciones y en la conducta de los mayores con 2-3 objetos. En cambio, cuando la situación se hace más compleja (4-5 elementos) y el nivel cognitivo lo permite (grupo II), el niño parece recurrir cada vez más al conteo para emitir una respuesta de cardinalidad.

Conclusiones

El éxito de los niños mayores (4 años) es significativamente superior al de los pequeños (3 años), sobre todo cuando la complejidad de las tareas se incrementa (con 4-5 objetos). Igualmente, la magnitud de los conjuntos utilizados resulta también estadística-

mente significativa, siendo notorio el comportamiento diferencial de los niños ante 2-3 y 4-5 objetos. En cambio, no existen diferencias significativas entre los cuatro tipos de pruebas utilizadas con respecto a la pregunta de cardinalidad, si bien, la tarea de REPRODUCIR presenta más dificultades en los dos grupos de niños que las restantes, y en la prueba de CONTAR se obtienen los niveles más altos de acierto.

Por otra parte, los datos confirman con claridad que, desde el punto de vista evolutivo, el niño se funda en un primer momento en el reconocimiento cuantitativo para determinar el cardinal de un conjunto, pasando más tarde a utilizar otros procedimientos, sobre todo el conteo, para llevar a cabo este cometido. Así, puede constatar que el grupo I usa principalmente estrategias perceptivas o de reconocimiento en las tres tareas experimentales (RECONOCER, DAR y REPRODUCIR); mientras que en el grupo II desciende notoriamente el empleo de este procedimiento, llegando incluso a prevalecer la estrategia de contar ante la situación de 4-5 elementos, tal como acontece en las pruebas de DAR y REPRODUCIR. Ahora bien, ¿cómo pasaría el niño de la cardinalidad temprana, fundada en procedimientos de reconocimiento, a la cardinalidad basada en la estrategia de contar? Los datos recogidos en esta investigación sugieren que la capacidad de reconocimiento cuantitativo o de aprehensión inmediata de la cantidad numérica (Klahr, 1973) es limitada, de modo que su eficacia alcanza cotas máximas con 2-3 elementos, mientras que con 4-5 elementos disminuye manifiestamente su eficiencia, sobre todo en los niños pequeños. Por tanto, el incremento del número de elementos del conjunto, y la consiguiente pérdida de eficacia, parece inducir al niño a buscar otros procedimientos más adecuados para determinar la cardinalidad, dependiendo tanto del desarrollo cognitivo del niño como de la situación concreta que se presente.

Finalmente, los resultados de esta investigación apuntan decididamente hacia la independencia genética entre cardinalidad y conteo, tal como sugeríamos en un trabajo anterior (Bermejo y Lago, en prensa). La existencia de un concepto de cardinalidad precoz, anclado en procedimientos perceptivos («subitizing»), supone necesariamente esta independencia en contra de la opinión sostenida por Gelman y Gallistel (1978). En consecuencia, el conteo constituye un procedimiento, quizá privilegiado en algunos «momentos» evolutivos y en determinadas condiciones situacionales, para determinar la cardinalidad de un conjunto, pero no puede considerarse como un componente intrínseco de la misma.

Referencias

Baroody, A. (1984): More precisely defining and measuring the order irrelevance principle, *Journal of Experimental Child Psychology*, 38, 33-41.

- Bermejo, V., y Lago, M. O. (en prensa): Developmental processes and stages in the acquisition of cardinality.
- Briars, D., y Siegler, R. (1984): A featural analysis of preschooler counting knowledge, *Developmental Psychology*, 20, 607-618.
- Clements, D. (1984): Training effects on the development and generalization of Piagetian logical operations and knowledge of number, *Journal of Educational Psychology*, 5, 766-776.
- Clements, D., y Callahan, L. (1983): Number or pre-number foundational experiences for young children: Must we choose?, *Arithmetic Teacher*, 31 (3), 34-37.
- Davidov, V., y Andronov, V. (1980): Origen de las acciones ideales: Condiciones psicológicas de las mismas, *Infancia y Aprendizaje*, 10, 21-36.
- Fuson, K. (1988): *Children's counting and concepts of number*, New York, Springer-Verlag.
- Fuson, K., y Hall, J. (1983): The acquisition of early number word meanings: A conceptual analysis and review. En H. Ginsburg (ed.): *The development of mathematical thinking* (pp. 49-107), New York, Academic Press.
- Fuson, K.; Richards, J., y Briars, D. (1982): The acquisition and elaboration of the number word sequence. En C. J. Brainerd (ed.): *Children's logical and mathematical cognition: Progress in cognitive development* (pp. 33-92), New York, Springer-Verlag.
- Fuson, K.; Pergament, G.; Lyons, B., y Hall, J. (1985): Children's conformity to the cardinality rule as a function of set size and counting accuracy, *Child Development*, 56, 1229-1236.
- Kaufman, E.; Lord, M.; Reese, T., y Volkman, J. (1949): The discrimination of visual number, *American Journal of Psychology*, 62, 498-525.
- Klahr, D. (1973): Quantification processes. En W. Chase (ed.): *Visual information processing*, New York, Academic Press.
- Klahr, D., y Wallace, J. (1973): The role of quantification in the development of conservation of quantity, *Cognitive Psychology*, 4, 301-327.
- Gelman, R., y Gallistel, C. (1978): *The child's understanding of number*, Cambridge Mass., Harvard University Press.
- Gelman, R., y Meck, E. (1983): Preschoolers' counting: Principles before skill, *Cognition*, 13, 343-359.
- Mandler, G., y Shebo, B. (1982): Subitizing: An analysis of its component processes, *Journal of Experimental Psychology: General*, 111, 1-22.
- Markman, E. (1979): Classes and collections: Conceptual organization and numerical abilities, *Cognitive Psychology*, 39, 395-411.
- Michie, S. (1984): Number understanding in preschool children, *British Journal of Educational Psychology*, 54, 245-253.
- Piaget, J., y Szeminska, A. (1941): *Le génèse du nombre chez l'enfant*, Neuchâtel, Delachaux et Niestlé.
- Saxe, G. (1979): Developmental relations between notational counting and number conservation, *Child Development*, 50, 180-187.
- Saxe, G.; Gearhart, M., y Guberman, S. (1984): The social organization of early number development. En B. Rogoff y J. Wertsch (eds.): *Children's learning in the «Zone of Proximal Development»* (pp. 19-30), San Francisco, Jossey-Bass.
- Schaeffer, B.; Eggleston, V., y Scott, J. (1974): Number development in young children. *Cognitive Psychology*, 6, 357-379.
- Siegler, R., y Robinson, M. (1982): The development of numerical understandings. En H. Reese y L. Lipsitt

- (eds.): *Advances in child development and behavior*, volumen 16, páginas 241-311, New York, Academic Press.
- Steffe, L.; Von Glasersfeld, E.; Richards, J., y Cobb, P. (1983): *Children's counting types: Philosophy, theory, and application*, New York, Praeger Publishers.
- Von Glasersfeld, E. (1982): Subitizing: The role of figural patterns in the development of numerical concepts, *Archives de Psychologie*, 50, 1919-218.
- Wilkinson, A. (1984): Children's partial knowledge of the cognitive skills of counting, *Cognitive Psychology*, 16, 28-64.